

XVIII CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA
GRANDE



**Estudo da Eletrodinâmica e das Propriedades da Radiação do
Corpo Negro**

Carlos Miguel Nóbrega de Medeiros¹, Eduardo Marcos R. dos Passos²

RESUMO

Neste projeto de iniciação científica, desenvolvemos um estudo da eletrodinâmica no formalismo relativístico e das propriedades termodinâmicas de um gás de fótons no contexto da teoria de campos com foco, em especial, na descrição da radiação do corpo negro. Esta abordagem reúne alguns fundamentos do eletromagnetismo, distribuições estatísticas e dados observacionais da temperatura da radiação cósmica de fundo.

Palavras-chave: Formulação Lagrangiana da Eletrodinâmica; Equações de Estado da Termodinâmica; Radiação Cósmica de Fundo.

¹Aluno do Curso de Física Bac., Departamento de Física, UFCG, Campina Grande, PB, e-mail: carlossmiguel3@gmail.com

²Docente do curso de Física, Professor Doutor, Unidade Acadêmica de Física, UFCG, Campina Grande, PB, e-mail: passos@df.ufcg.edu.br

Study of Electrodynamics and of properties of Black-Body Radiation

ABSTRACT

In this scientific initiation project, we developed a study of the electrodynamics in relativistic formalism and of thermodynamics properties of a photon gas in the context of a field theory with a focus, in particular, on the description of a blackbody radiation. This approach combines some properties of electromagnetism, statistical distributions and observational data on the temperature of cosmic microwave background (CMB).

Keywords: Lagrangian Formalism; Relativistic Electrodynamics; Thermodynamics of a Photon Gas.

INTRODUÇÃO

O eletromagnetismo é um ramo da física que estuda os conceitos e as relações entre eletricidade e magnetismo, que vem sendo “alvo de atenção” a datar do período grego, por volta do ano 460 a.C, com descobertas de variados fenômenos físicos. Desde o estudo do átomo por Demócrito até os conhecimentos sabidos do eletromagnetismo; a começar pela descoberta do âmbar (movendo pedaços de papiro) e magnetita (atraindo ferro) foi tido um avanço da ciência aliado à tecnologia com o passar dos tempos, sendo assim o conhecimento acerca do tema proposto neste projeto de iniciação científica se tornou cada vez mais intrínseco ao cotidiano e de acessível compreensão e estudo. O processo de entendimento das propriedades sobre o eletromagnetismo atribuída a James C. Maxwell unifica a eletricidade e o magnetismo em uma única teoria conhecida como eletrodinâmica clássica a qual associa os fenômenos óticos a um campo físico, objeto principal desta teoria. As chamadas “Equações de Maxwell” e a chamada “equação de ondas”, as quais interligam observações e formulas de Gauss, Ampere, Faraday, Einstein e o próprio Maxwell, além das relações fundamentais entre outros estudiosos e leis, tornando o tema indispensável para a geração de propagação de novas ideias e saberes, bem como o entendimento de mundo e experiências. Logo no início do século 20, Hendrik A. Lorentz associou a teoria eletrodinâmica clássica e a teoria da relatividade especial formulada por Albert Einstein em 1905 e desenvolveu uma teoria eletromagnética relativística. O papel principal de ultima teoria é o de incluir cargas elétricas e magnéticas numa abordagem mais simétrica.

A Termodinâmica é o estudo das propriedades macroscópicas de corpos de muitas partículas. Consiste em relacionar essas propriedades macroscópicas entre si e em especificar como as propriedades mudam quando as restrições no corpo mudam, por exemplo, quando o volume ou a temperatura forem alterados. Por outro lado, o objetivo da mecânica estatística é de derivar as propriedades termodinâmicas a partir de uma imagem microscópica. Algumas das relações termodinâmicas também podem ser derivadas da mecânica estatística. Particularmente, este projeto pretende capacitar o estudante a identificar alguns parâmetros que aparecem na mecânica estatística a partir da semelhança entre as relações mecânicas estatísticas e as relações termodinâmicas (as equações de estado e propriedades da radiação do copo negro).

Max Planck (1858-1947), em um artigo apresentado em 14 de dezembro de 1900 (quase exatamente 121 anos atrás), conjecturou uma resposta para um problema, e essa conjectura marcou o início da mecânica quântica. O problema era que o espectro observado da radiação emitida por um "corpo negro" não podia ser explicado em termos da teoria eletromagnética clássica. Isto não significava ser um problema menor: a teoria clássica previa uma energia infinita de radiação - uma discordância tão grosseira que era chamada de "catástrofe ultravioleta". Um "corpo negro" (hoje em dia geralmente escrito como uma palavra: "corpo negro") é aquele que absorve toda radiação emitida sobre ele. É muito bem aproximado por um aparato, a saber, um pequeno orifício na lateral de uma caixa fechada, onde qualquer radiação que entra no orifício oscila dentro da caixa, com apenas uma chance muito pequena de ressurgir através de um pequeno orifício. Além de absorver a radiação, o pequeno orifício também emite radiação, com uma distribuição espectral de frequências que depende apenas da temperatura das paredes da caixa. Não importa do que a caixa seja feita, mesmo que essa radiação seja gerada pelo movimento dos elétrons carregados nas paredes da caixa. Este projeto pretende estudar as propriedades da radiação do corpo negro pela abordagem da teoria de campos da eletrodinâmica. Primeiro, constrói-se a Lagrangiana da eletrodinâmica para verificar as propriedades fundamentais como as invariâncias de Lorentz e de calibre e derivar a equação de movimento (em função dos potenciais escalar, ϕ , e vetor, \mathbf{A}) e a relação de dispersão associada. Então, passar a trabalhar com elementos que serão aplicados a uma função de partição capaz de fornecer todas as equações de estado da termodinâmica dando uma especial atenção ao comportamento da radiação do corpo negro.

MATERIAIS E MÉTODO/METODOLOGIA

Um dos métodos utilizados neste trabalho de iniciação científica foram a observação de fórmulas e busca pelo entendimento de cada constante ou operador, pois estes são conhecimentos prévios para que o entendimento posterior, porém básico, das equações de Maxwell, tornem-se persistentes e assimilativas, pois estas são aplicadas constantemente em termos rotacional e divergente. Primeiramente, os operadores nabla (∇) podem diferenciar

componentes e, como operadores, podem manipular formas matemáticas. É possível multiplicar o operador nabla por um vetor, exemplo:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$* \vec{E} = (E_x, E_y, E_z).$$

Sabemos que “ $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}$ ” consiste em algo de valor para os ramos físicos, pois convergindo conhecimentos com álgebra vetorial, uma operação de produto escalar ocasiona em um valor numérico.

Relacionando o operador “ ∇ ”, novamente à álgebra vetorial, é sabido que o produto entre dois vetores é também igual a um vetor, então:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{bmatrix} \hat{X} & \hat{Y} & \hat{Z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{bmatrix} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}, \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}, \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right).$$

O “ $\nabla \times$ ”, é chamado de rotacional. O gradiente, denominado por ∇ (constante) indica o sentido, a direção e o módulo do vetor, pois este é caracterizado, por:

$$\vec{\nabla} \varphi = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}, \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right).$$

Temos como exemplo o interesse sobre o sentido de uma corrente passando por um fio, podemos determinar este valor utilizando o nabla

Obs. É possível substituir o nabla por derivadas parciais, quando possuímos um determinado ponto referencial ou variável específica.

DESENVOLVIMENTO

1. Introdução à Relatividade Especial

Dois postulados se destacam na teoria da relatividade especial, são eles:

- Postulado da relatividade: As leis da física permanecem inalteradas em todos os referenciais inerciais (velocidade constante).
- Postulado da constância da velocidade da luz: A velocidade da luz independe do movimento de sua fonte.

1.1 – Transformações de Lorentz

Para a mecânica clássica as transformações de Galileu são compatíveis, mas aplicada a relatividade especial as transformações de Galileu não conservam as leis da física, violando assim o primeiro postulado da relatividade especial, assim foi-se necessário buscar uma nova transformação que aplicada a relatividade especial a mantivesse invariante, a solução encontrada foi a transformação de Lorentz desenvolvida a seguir.

Vamos considerar dois sistemas tridimensionais inerciais X e X' no vácuo que estão em movimento retilíneo relativo entre si de tal forma que X' se move com velocidade constante v ao longo do eixo x do sistema X . As coordenadas espaciais e temporal medidas nos dois sistemas são t e (x, y, z) , e t' e (x', y', z') , respectivamente. No tempo $t = t' = 0$ a origem O e O' e o eixo x e x' dos dois sistemas inerciais coincidem e após um tempo t eles têm uma localização relativa referida como *standard configuration*.

Vamos apresentar duas quantidades:

$$\beta = \frac{v}{c} \quad (1.1.1)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (1.1.2)$$

onde $v = |\mathbf{v}|$. Como mostrado por Einstein, os dois postulados da relatividade especial requerem que as coordenadas espaciais e temporais medidas por um observador em x e x' , respectivamente, são conectadas pela seguinte transformação:

$$ct' = \gamma(ct - \beta x) \quad (1.1.3a)$$

$$x' = \gamma(x - \beta ct) \quad (1.1.3b)$$

$$y' = y \quad (1.1.3c)$$

$$z' = z \quad (1.1.3d)$$

Fazendo a diferença entre o quadrado de (1.1.3a) e o quadrado de (1.1.3b), encontramos:

$$\begin{aligned}
c^2t'^2 - x'^2 &= y^2(c^2t^2 - 2xc\beta t + x^2\beta^2 - x^2 + 2xvt - v^2t^2) \\
&= \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \left[c^2t^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) - x^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \right] \\
&= c^2t^2 - x^2.
\end{aligned} \tag{1.1.4}$$

Das equações (1.1.3) podemos ver que as coordenadas y e z não são afetadas pelo movimento de translação do sistema inercial x' ao longo do eixo x do sistema x . Partindo deste ponto, nós podemos generalizar o resultado da equação (1.1.4) para:

$$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = c^2t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2 \tag{1.1.5}$$

O que quer dizer que se uma onda de luz é emitida em na origem coincidente O e O' no tempo $t = t' = 0$ ela chega ao observador em (x, y, z) no tempo t em x e para o observador em (x', y', z') ela chega no tempo t' em x' de tal forma que ambos os observadores concluirão que a velocidade da luz no vácuo é c . Conseqüentemente, a velocidade da luz em x e x' é a mesma. Uma transformação de coordenada linear que tem essa propriedade é chamada de Transformação de Lorentz

$$\begin{aligned}
t' &= \gamma \left(t - \frac{u}{c^2} x \right) \\
x' &= \gamma (x - ut) \\
y' &= y \\
z' &= z
\end{aligned}$$

Com $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ e $\beta = \frac{u}{c}$.

1.2 – Formalismo no Espaço-Tempo

1.2.1. Coordenadas e Métrica

Agora na relatividade especial existe a necessidade de tratar as três dimensões e o tempo numa mesma ordem, assim são definidas as coordenadas covariantes e contravariantes:

$$x_\mu = (ict, x, y, z) = (x_0, x_1, x_2, x_3) \tag{1.2.1.1}$$

$$x^\mu = (-ict, x, y, z) = (-x^0, x^1, x^2, x^3). \quad (1.2.1.2)$$

E o elemento de linha ds é dado por

$$\begin{aligned} ds^2 &= dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2 \\ &= -(dx^0)^2 + (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2 \\ &= \eta_{\mu\nu} dx^\nu dx^\mu \end{aligned} \quad (2.2.1.3)$$

Que define a métrica $\eta_{\mu\nu}$ que usamos para transformar coordenadas covariantes em contravariantes,

$$x^\mu = \eta^{\mu\nu} x_\nu. \quad (1.2.1.4)$$

Assim:

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.2.1.5)$$

Que também podemos escrever como

$$g_{\mu\nu} = \begin{cases} 1 & \text{se } \mu = \nu = 0 \\ -1 & \text{se } \mu = \nu = i = j = 1, 2, 3 \\ 0 & \text{se } \mu \neq \nu \end{cases} \quad (1.2.1.6)$$

O que nos dá uma quantidade interessante de propriedades: a primeira é que esse tensor tem um traço $Tr(g_{\mu\nu}) = -2$ enquanto no \mathbb{R}^4 , como em qualquer espaço vetorial com norma definida, o traço é igual à dimensionalidade do espaço. Em segundo lugar, descobrimos, após uma álgebra trivial, que as seguintes relações entre as formas contravariante, covariante e mista do tensor métrico se mantêm:

$$g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu} \quad (1.2.1.7a)$$

$$g^{\mu\nu} = g^{\nu\mu} \quad (1.2.1.7b)$$

$$g_{\nu k} g^{k\mu} = g_\nu^\mu = \delta_\nu^\mu \quad (1.2.1.7c)$$

$$g^{vk} g_{k\mu} = g_\mu^v = \delta_\mu^v \quad (1.2.1.7d)$$

E também usamos o delta δ_μ^ν dado por:

$$\delta_\mu^\nu = \eta_{\mu k} \eta^{k\nu} = \begin{cases} 1 & \text{se } \mu = \nu \\ 0 & \text{se } \mu \neq \nu \end{cases} \quad (1.2.1.6)$$

Utilizando as coordenadas covariantes as transformações de Lorentz se tornam.

$$\begin{aligned}
 x'_0 &= \gamma(x_0 - i\beta x_1) \\
 x'_1 &= \gamma(x_1 + i\beta x_0) \\
 x'_2 &= x_2 \\
 x'_3 &= x_3
 \end{aligned}$$

Em que

$$\beta = \frac{v}{c} < 1 \quad (1.2.1.7)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} > 1. \quad (1.2.1.8)$$

Ou

$$x^{\mu'} = \frac{\partial^\mu}{\partial v} x^v = \Lambda_v^\mu x^v. \quad (1.2.1.9)$$

E,

$$\Lambda_v^\mu = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.2.1.10)$$

1.2.2- Escalares, quadri-vetores e tensores

- Um escalar tem a propriedade de ser invariante sob as transformações de Lorentz

$$s' = s. \quad (1.2.2.1)$$

- Um quadri-vetor tem a propriedade de se transformar da mesma forma que as coordenadas e, diante das transformações de Lorentz, ele se transforma da seguinte forma:

$$v'_\mu = \Lambda_\mu^\nu v_\nu \quad (1.2.2.2)$$

$$\begin{pmatrix} x'_0 \\ x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -i\beta\gamma & 0 & 0 \\ i\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}. \quad (1.2.2.3)$$

Note que a matriz Λ , é a matriz da transformação de Lorentz.

- Algumas grandezas também são, notavelmente, escalares como a velocidade da luz c e a carga q de partículas.

- Outro exemplo é o tempo próprio τ que é definido em um referencial K' no qual $dt' = d\tau$ e $dx' = 0$. No referencial K , temos que $dx = vdt$ e, pela invariância do elemento de linha:

$$\begin{aligned} ds^2 &= -c^2 dt^2 + dx^2 \\ &= -c^2 dt^2 (1 - \beta^2) \\ &= -c^2 d\tau^2 = ds'^2 \end{aligned} \quad (1.2.2.4)$$

- Então $d\tau = \frac{dt}{\gamma}$ é um invariante de Lorentz. E como dx^μ é um quadri-vetor e $d\tau$ é um escalar, a quadri-velocidade U^μ definida como

$$U^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau} = \left(\frac{dx^0}{d\tau}, \frac{dx}{d\tau} \right) = \left(\frac{cdt}{d\tau}, \gamma \frac{dx}{dt} \right) = (\gamma c, \gamma v) = \gamma(c, v) \quad (1.2.2.5)$$

- Também é um quadri-vetor, assim como o quadri-momento $P^\mu = mU^\mu = \left(\frac{E}{c}, \vec{p} \right)$ e a quadri-força : $F^\mu = \frac{dP^\mu}{d\tau}$
- O quadrado do modulo, $v_\mu v^\mu$, nem sempre é positivo pelo fato que:

$$v_\mu v^\mu = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = s^2 \quad (1.2.2.6)$$

Se $v_\mu v^\mu > 0$ sua parte espacial prevalece e assim é denominado quadri-vetor tipo-espaço, se $v_\mu v^\mu < 0$ sua parte temporal prevalece e assim é denominado quadri-vetor tipo-tempo e se $v_\mu v^\mu = 0$ o espaço e o tempo se equilibram perfeitamente e assim é denominado quadri-vetor tipo-luz.

- Tensores foram criados pela necessidade de expressar grandezas físicas complexas que não podem ser representadas por escalares e nem quadri-vetores. Tensores de rank 2 são constituídos por 2 quadri-vetores e, assim, analogamente para tensores de maiores ranks. Os tensores têm a propriedade de se transformar diante das transformações de Lorentz da seguinte forma:

$$T'_{\mu\nu} = \Lambda_\mu^\alpha \Lambda_\nu^\beta T_{\alpha\beta}. \quad (1.2.2.7)$$

Propriedades gerais:

- O produto de dois quadri-vetores é um tensor de rank 2
- A contração de um tensor de rank 3, $T_{\mu\nu}^\nu$, é um quadri-vetor v_μ

- A derivada em relação a uma coordenada contravariante é um quadri-vetor covariante:

$$\frac{\partial}{\partial x'^{\alpha}} = \frac{\partial}{\partial x^{\beta}} \cdot \frac{\partial x^{\beta}}{\partial x'^{\alpha}}. \quad (1.2.2.8)$$

- O D'Alambertiano é um escalar:

$$\square = \partial_{\mu}\partial^{\mu} = \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad (1.2.2.9)$$

- Qualquer tensor pode ser decomposto na seguinte forma:

$$T_{\mu\nu} = \frac{1}{2}(T_{\mu\nu} + T_{\nu\mu}) + \frac{1}{2}(T_{\mu\nu} - T_{\nu\mu}). \quad (1.2.2.10)$$

Propriedades da derivada parcial:

1.2.3 – Espaço de Minkowski

Especificando um ponto $X^0 = ix^0 = ict$ no espaço-tempo 4D é uma maneira de dizer que algo acontece em determinado momento $t = \frac{x^0}{c}$ e em um determinado lugar $(x, y, z) = (x^1, x^2, x^3)'$. Esse ponto é, portanto, chamado de evento. A trajetória de um evento como uma função do tempo e do espaço é chamada de *World Line*. Por exemplo, a *World Line* de um raio de luz que se propaga no vácuo é a trajetória $x^0 = x^1$.

Apresentando:

$$x^0 = ix^0 = ict \quad (1.2.3.1a)$$

$$x^1 = x^1 \quad (1.2.3.1b)$$

$$x^2 = x^2 \quad (1.2.3.1c)$$

$$x^3 = x^3 \quad (1.2.3.1d)$$

$$dS = ids \quad (1.2.3.1e)$$

Onde $i = \sqrt{-1}$. Sabemos que a equação $ds^2 = g_{\mu\nu}dx^{\nu}dc^{\mu}$ se transforma em $dx_{\mu}dx^{\mu} = (dx^0)^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2$. Como antes, basta considerar o caso mais simples onde o movimento relativo entre X e X' ocorre sobre o eixo x . Então:

$$dS^2 = (dx^0)^2 + (dx^1)^2 = (dx^0)^2 - (dx^1)^2. \quad (1.2.3.2)$$

E consideramos x^0 e x^1 como eixos ortogonais em um espaço euclidiano. Como em todos os espaços euclidianos, cada intervalo é invariante sob uma rotação do plano x^0x^1 através de um ângulo θ em $x'^0x'^1$

$$x'^0 = -x' \sin \theta + x^0 \cos \theta \quad (1.2.3.3a)$$

$$x'^1 = x^1 \cos \theta + x'^0 \sin \theta. \quad (1.2.3.3b)$$

Se introduzirmos o ângulo $\varphi = -i\theta$ e transformarmos de voltas às variáveis originais de espaço e de tempo usando a equação (1.2.3.1), vamos obter:

$$ct = -x \sinh \varphi + ct \cosh \varphi \quad (1.2.3.4a)$$

$$x' = x \cosh \varphi - ct \sinh \varphi. \quad (1.2.3.4b)$$

Que são idênticas às equações de transformação (1.1.3) se nós a deixarmos assim:

$$\sinh \varphi = \gamma \beta \quad (1.2.3.5a)$$

$$\cosh \varphi = \gamma \quad (1.2.3.5b)$$

$$\tanh \varphi = \beta. \quad (1.2.3.5c)$$

Portanto, é possível imaginar a transformação de Lorentz como uma “ordinária” rotação no espaço euclidiano 4D \mathbb{M}^4 . Essa rotação em \mathbb{M}^4 corresponde a uma mudança de coordenada em \mathbb{L}^4 .

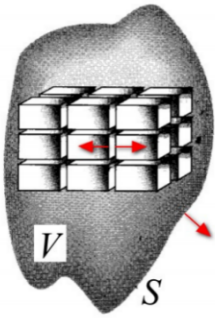
RESULTADOS E DISCUSSÕES

2. Eletrodinâmica na Forma Covariante

2.1 – Teorema de Gauss

O teorema de Gauss diz que a integral tripla do divergente do campo elétrico \vec{E} em um determinado volume V definido por uma superfície S é a integral de superfície de \vec{E} na superfície S da seguinte forma:

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dV = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad (2.1)$$



Imaginando um volume arbitrário subdividido em cubo infinitesimais, como mostrado na Fig. 3.1, e somando as contribuições do fluxo que passa pelos vários cubos, ficamos apenas com a contribuição do fluxo que passa pelas faces externas uma vez que as contribuições internas se cancelam.

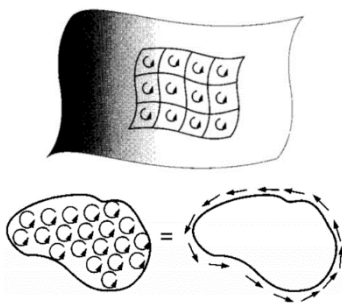
Fig. 1

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dV = \sum \Phi_E^{cubos} = \sum \int \vec{E} \cdot dS = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad (2.2)$$

2.2 – Teorema de Stokes

O teorema de Stokes diz que a integral dupla do rotacional de um campo elétrico \vec{E} em uma superfície aberta S definida por uma curva fechada C é a integral de linha de \vec{E} na curva C da seguinte forma:

$$\int_S \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (2.3)$$



Imaginando uma superfície arbitrária subdividida em circuitos infinitesimais, como mostrado na Fig. 2, e somando as contribuições dos vários circuitos quadrados, ficamos apenas com a contribuição da curva externa que delimita a superfície pois as contribuições dos lados internos se cancelam.

Fig. 2

$$\int_S \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{S} = \sum C_E^{quadrados} = \sum \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (2.4)$$

3. Equações de Maxwell

Usando o teorema de Gauss e o teorema de Stokes, saímos das Equações de Maxwell na forma integral e chegamos na forma diferencial

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho \text{ (Lei de Gauss),} \quad (3.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \text{ (Inexistência de Monopólos Magnéticos),} \quad (3.2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \text{ (Lei de indução de Faraday),} \quad (3.3)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \text{ (Lei de Ampere).} \quad (3.4)$$

Em que ρ é a densidade de corrente elétrica e \vec{j} é a densidade de corrente elétrica.

Exemplo usando a lei de Gauss:

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{S} = q \rightarrow \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dV = \int_V \rho dV \rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho. \quad (3.5)$$

Revisão teórica das equações de Maxwell:

A **Lei de Gauss** estabelece a relação entre o fluxo de um campo elétrico através de uma superfície fechada com a carga que gera esse campo dentro do volume que é delimitado por essa superfície.

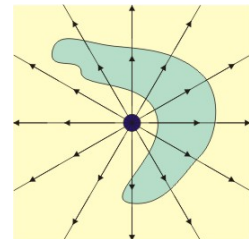


Fig. 3

A **Lei de Gauss para o magnetismo** estabelece que o divergente de do campo magnético é 0. Ela formaliza a inexistência de monopólos magnéticos.

A **Lei de Indução de Faraday** mostra como um fluxo magnético variável pode induzir um campo elétrico circulante e, consequentemente, uma diferença de potencial e uma corrente elétrica.

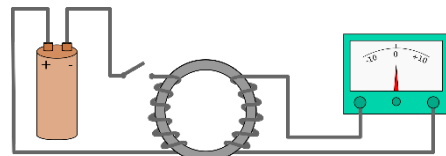


Fig. 4

Por fim, a **Lei de Ampère** permite calcular o campo magnético, provocado por uma corrente elétrica, a partir da densidade de corrente elétrica ou da corrente elétrica

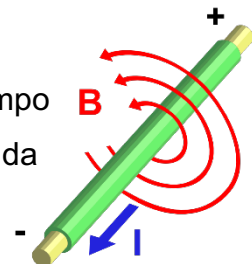


Fig. 5

3.1 – Conservação de Carga

A base da formulação covariante do eletromagnetismo são duas leis, a lei da conservação e a lei da invariância da carga. Começaremos a investigá-la a seguir.

3.1- Quadri-vetor densidade de corrente

Tomando:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \nabla \times \vec{B} &= 0 \\ \nabla \cdot (\mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \partial_t \vec{E}) &= \mu_0 [(\nabla \cdot \vec{j}) + \varepsilon_0 \partial_t (\nabla \cdot \vec{E})] \\ &= \nabla \cdot \vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial_t \rho}{\varepsilon_0} \\ &= \nabla \cdot \vec{j} + \partial_t \rho = 0.\end{aligned}\tag{3.1.1}$$

Ou seja, a carga é conservativa e por ser um escalar a carga é invariante independente do referencial adotado, assim podemos reescrever a equação acima como:

$$\partial_0 ic\rho + \partial_1 j_1 + \partial_2 j_2 + \partial_3 j_3 = 0 \rightarrow \partial_\mu j^\mu = 0\tag{3.1.2}$$

com j_μ sendo o quadri-vetor corrente definido por:

$$j_\mu = (j_0 = ic\rho, j_i).\tag{3.1.3}$$

3.2- Quadri-vetor potencial

Relembrando o calibre de Lorentz:

$$\nabla \cdot \vec{A} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0.\tag{3.2.1}$$

Transformando para formulação covariante temos:

$$\nabla \cdot \vec{A} + \frac{1}{c^2} ic \partial_0 \varphi = 0 \rightarrow \nabla \cdot \vec{A} + \frac{i}{c} \partial_0 \varphi$$

$$= \partial_0 \frac{i}{c} \varphi + \partial_1 A_1 + \partial_2 A_2 + \partial_3 A_3 = 0 \rightarrow \partial_\mu A_\mu = 0 \quad (3.2.2)$$

que é a forma covariante da transformação de Lorentz, onde A_μ é o quadri-vetor potencial definido por:

$$A_\mu = \left(\frac{i}{c} \varphi, A_I \right). \quad (3.2.3)$$

Na formulação covariante as equações (3.1.2) e (3.2.2) são dadas por:

$$\square A_\mu = -\mu_0 j_\mu. \quad (3.2.4)$$

3.3- Tensor Campo Eletromagnético

Sabemos que um campo \vec{E} e \vec{B} possui 6 componentes, um tensor de rank 2 antissimétrico tem 6 componentes independentes e pelas relações com a derivada primeira dos potenciais, definimos o tensor campo eletromagnético como:

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (3.3.1)$$

E assim:

$$F_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{i}{c} \vec{E}_1 & \frac{i}{c} \vec{E}_2 & \frac{i}{c} \vec{E}_3 \\ -\frac{i}{c} \vec{E}_1 & 0 & \vec{B}_3 & -\vec{B}_2 \\ -\frac{i}{c} \vec{E}_2 & -\vec{B}_3 & 0 & \vec{B}_1 \\ -\frac{i}{c} \vec{E}_3 & \vec{B}_2 & -\vec{B}_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.3.2)$$

Neste formalismo, fica claro como os campos elétricos e magnéticos formam um único objeto, o campo eletromagnético.

3.4- Equações de Maxwell no formalismo covariante

Como as equações de Maxwell só apresentam derivada primeira de \vec{E} e \vec{B} fazemos:

$$\partial_\nu F_{\mu\nu} = \partial_\nu (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) = \partial_\mu \partial_\nu A_\nu - \partial_\nu^2 A_\mu \quad (3.4.1)$$

como $\partial_\mu A_\mu = 0$ e $\partial_\nu^2 A_\mu = \square A_\mu$ temos que:

$$\partial_\nu F_{\mu\nu} = -\square A_\mu = \mu_0 j_\mu . \quad (3.4.2)$$

Demonstraremos agora a validade desta equação, para $\mu = 0$:

$$\begin{aligned} \partial_0 F_{00} + \partial_1 F_{01} + \partial_2 F_{02} + \partial_3 F_{03} &= \mu_0 j_0 \\ 0 + \partial_1 \frac{i}{c} \vec{E}_1 + \partial_2 \frac{i}{c} \vec{E}_2 + \partial_3 \vec{E}_3 &= \mu_0 i c \rho \\ \frac{i}{c} \nabla \cdot \vec{E} = \frac{i}{c} \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \mu_0 \rho &\rightarrow \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \end{aligned} \quad (3.4.3)$$

E, para $\mu = 1, 2$ e 3 :

$$\begin{aligned} \partial_0 F_{10} + \partial_1 F_{11} + \partial_2 F_{12} + \partial_3 F_{13} &= \mu_0 j_1 \\ -\partial_0 \frac{i}{c} \vec{E}_1 + 0 + \partial_2 \vec{B}_3 - \partial_3 \vec{B}_2 &= \mu_0 j_1 \\ (\nabla \times \vec{B})_1 = \mu_0 j_1 + \frac{i}{c} \partial_0 \vec{E}_1 &= \mu_0 j_1 + \frac{i}{c} \frac{1}{i c} \partial_t \vec{E}_1 \\ (\nabla \times \vec{B})_1 = \mu_0 j_1 + \mu_0 \epsilon_0 \partial_t \vec{E}_1 & \end{aligned} \quad (3.4.4)$$

Analogamente para $\mu = 2$ e 3 resultando em:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 j_\mu + \mu_0 \epsilon_0 \partial_t \vec{E} \quad (3.4.5)$$

Que são respectivamente a lei de Gauss e a lei de Faraday. Listando as equações de Maxwell podemos ver grandes semelhanças entre elas e assim para descrever as outras duas equações podemos fazer simples modificações.

$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ <p>Representado por $\partial^\nu F_{\mu\nu} = \mu_0 j_\mu$</p>
$\nabla \cdot \vec{B} = 0$ $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ <p>Representado por $\partial^\nu \tilde{F}_{\mu\nu} = 0$</p>

Podemos notar que em (1.1.4) e (1.1.6) não existe a influência de carga e nem corrente e que substituindo $\vec{B} \rightarrow \vec{E}$ e $\vec{E} \rightarrow -c^2\vec{B}$ em (1.1.2) e (1.1.8) obteremos (1.1.4) e (1.1.6), assim, seguindo essas modificações criamos um novo tensor $\tilde{F}_{\mu\nu}$:

$$\tilde{F}_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -ic\vec{B}_1 & -ic\vec{B}_2 & -ic\vec{B}_3 \\ ic\vec{B}_1 & 0 & \vec{E}_3 & -\vec{E}_2 \\ ic\vec{B}_2 & -\vec{E}_3 & 0 & \vec{E}_1 \\ ic\vec{B}_3 & \vec{E}_2 & -\vec{E}_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.4.6)$$

onde $\partial_\nu \tilde{F}_{\mu\nu} = 0$ representa (1.1.4) e (1.1.6), completando assim as quatro equações de Maxwell.

3.5- Transformações de Lorentz aplicada ao tensor eletromagnético

Como foi visto, um tensor de segunda ordem sofre as transformações de Lorentz da seguinte forma:

$$F'_{\mu\nu} = \Lambda_\mu^\alpha \Lambda_\nu^\beta F_{\alpha\beta}$$

Como solução obtemos:

$$\begin{aligned} \vec{E}'_1 &= \vec{E}_1 \\ \vec{E}'_2 &= \gamma(\vec{E}_2 - \beta c\vec{B}_3) \\ \vec{E}'_3 &= \gamma(\vec{E}_3 - \beta c\vec{B}_2) \\ \vec{B}'_1 &= \vec{B}_1 \\ \vec{B}'_2 &= \gamma\left(\vec{B}_2 + \frac{\beta}{c}\vec{E}_3\right) \\ \vec{B}'_3 &= \gamma\left(\vec{B}_3 + \frac{\beta}{c}\vec{E}_2\right) \end{aligned}$$

Podemos reescrevermos de forma compacta como:

$$\vec{E}'_{\parallel} = \vec{E}_{\parallel}; \vec{E}'_{\perp} = \gamma(\vec{E}_{\perp} + \vec{u} \times \vec{B}) \quad (3.5.1)$$

$$\vec{B}'_{\parallel} = \vec{B}_{\parallel}; \vec{B}'_{\perp} = \gamma\left(\vec{B}_{\perp} - \frac{1}{c^2}\vec{u} \times \vec{E}\right). \quad (3.5.2)$$

Percebemos que as componentes paralelas à direção do movimento do referencial adotado não se alteram e que as componentes perpendiculares à direção do movimento sofrem um emaranhamento, ficando bem claro assim que

a medição dos campos elétricos e magnéticos são conceitos relativos que dependem do movimento do referencial adotado. Isto explica por que uma carga em movimento para um observador no laboratório cria um campo magnético e para um observador em movimento com a carga o campo magnético é inexistente.

3.6- Formulação Lagrangeana do Eletromagnetismo

O Eletromagnetismo também admite uma formulação Lagrangeana quadridimensional e é imprescindível dominá-la para estudos seguintes. Para motivar a Lagrangeana dos campos eletromagnéticos é necessário que a ação S seja invariante de Lorentz. Assumindo que S seja um escalar, então a densidade Lagrangeana também é, pois:

$$S = \int \mathcal{L} d^4x. \quad (3.6.1)$$

Assim, a densidade Lagrangeana eletromagnética será constituída a partir de escalares e para que seja invariante de Lorentz ela deverá ser função de $F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$, $F^{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\nu}$ e $\tilde{F}^{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\nu}$ onde o primeiro e terceiro termos se diferenciam apenas por uma constante. Desenvolvendo $F^{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}$ temos:

$$\begin{aligned} F^{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\nu} &= \frac{1}{2}F^{\mu\nu}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}F^{\alpha\beta} = F^{\mu\nu}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\partial^\alpha A^\beta = 2\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}(\partial^\mu A^\nu)(\partial^\alpha A^\beta) \\ &= 2\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \left[\partial^\mu (A^\nu(\partial^\alpha A^\beta)) - A^\nu(\partial^\mu\partial^\alpha A^\beta) \right] \\ &= 2\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \left[\partial^\mu (A^\nu(\partial^\alpha A^\beta)) \right] \end{aligned} \quad (3.6.2)$$

onde $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ é uma generalização do tensor de Levi-Civita:

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} = \begin{cases} 1 & \text{se } \mu\nu\alpha\beta \text{ é uma permutação par de } 0,1,2,3 \\ -1 & \text{se } \mu\nu\alpha\beta \text{ é uma permutação impar de } 0,1,2,3 \\ 0 & \text{para os demais casos} \end{cases} \quad (3.6.3)$$

Como as variações do campo nas bordas são nulas esse termo não afetará as equações de Euler-Lagrange e pode ser desprezado, assim o termo correto a ser considerado é dado por:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}, \quad (3.6.4)$$

onde o termo $-\frac{1}{4}$ foi inserido para garantir que as equações de Euler-Lagrange se reduzam às equações de Maxwell. Iremos agora fazer o acoplamento de fontes externas, não sendo possível formar um escalar com j^μ e $F^{\mu\nu}$ podemos formar o escalar $j^\mu A_\mu$. No sistema natural de unidades:

$c = \hbar = 1$, podemos escrever a densidade de Lagrangeana na seguinte forma:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - j^\mu A_\mu. \quad (3.6.5)$$

Observando que \mathcal{L} é função de A^μ podemos agora proceder às derivações da equação de Euler-Lagrange e obter todos seus termos. Primeiramente:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A^\mu} = -j_\mu. \quad (3.6.6)$$

E, em seguida como:

$$F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} = \eta_{\alpha\mu}\eta_{\beta\nu}F^{\mu\nu}F^{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\mu}\eta_{\beta\nu}(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)(\partial^\alpha A^\beta - \partial^\beta A^\alpha) \quad (3.6.7)$$

Podemos diferenciar em relação à $\partial^\rho A^\sigma$ e obter:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial(\partial^\rho A^\sigma)}(F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}) &= \eta_{\alpha\mu}\eta_{\beta\nu}\{\delta_\rho^\mu\delta_\sigma^\nu(\partial^\alpha A^\beta - \partial^\beta A^\alpha) - \delta_\rho^\nu\delta_\sigma^\mu(\partial^\alpha A^\beta - \partial^\beta A^\alpha) \\ &\quad + \delta_\rho^\alpha\delta_\sigma^\beta(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) - \delta_\rho^\beta\delta_\sigma^\alpha(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)\} \\ &= \eta_{\alpha\mu}\eta_{\beta\nu}\{(\delta_\rho^\mu\delta_\sigma^\nu - \delta_\rho^\nu\delta_\sigma^\mu)F^{\alpha\beta} + (\delta_\rho^\alpha\delta_\sigma^\beta - \delta_\rho^\beta\delta_\sigma^\alpha)F^{\mu\nu}\} \\ &= (\eta_{\alpha\rho}\eta_{\beta\sigma} - \eta_{\alpha\sigma}\eta_{\beta\rho})F^{\alpha\beta} + (\eta_{\rho\mu}\eta_{\sigma\nu} - \eta_{\sigma\mu}\eta_{\rho\nu})F^{\mu\nu} \\ &= F_{\rho\sigma} - F_{\sigma\rho} + F_{\rho\sigma} - F_{\sigma\rho} \\ &= 4F_{\rho\sigma} \end{aligned} \quad (3.6.8)$$

Assim:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial^\rho A^\sigma)} = -F_{\rho\sigma}. \quad (3.6.9)$$

Finalmente obtido todos os termos, podemos escrever:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A^\mu} - \partial^\alpha \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\alpha A^\mu)} \right] = -\mu_0 j_\mu + \partial^\alpha F_{\alpha\mu} = 0$$

$$\partial_\alpha F^{\alpha\mu} = j^\mu \quad (3.6.10)$$

as quais são as equações de Maxwell com fontes e analogamente, as equações de Maxwell sem fontes serão dadas por:

$$\partial_\alpha \tilde{F}^{\alpha\mu} = 0. \quad (3.6.11)$$

3.7- Propagação da onda eletromagnética

Note que a propagação das ondas eletromagnéticas pode ser estudada via a relação de dispersão da onda. Assim, consideramos as equações de Maxwell dadas por (3.4.2) na ausência de fontes externas:

$$\partial_\mu F^{\nu\mu} = 0 \quad (3.7.1)$$

temos,

$$(\partial^2 \eta^{\nu\mu} - \partial^\nu \partial^\mu) A_\nu(x) = 0. \quad (3.7.2)$$

Usando agora a seguinte solução de onda plana em conjunto com o calibre de Lorentz:

$$A_\nu(x) = u_\nu \text{Exp}^{-i k_\mu x^\mu} \quad (3.7.3)$$

onde $k_\mu = (k_0 = \omega, k_i)$ é o quadri-momento do sistema. Então, substituímos a Eq. (3.7.3) na Eq. (3.7.2) e obtemos a seguinte relação de dispersão:

$$k_\mu k^\mu = \omega^2 - |\vec{k}|^2 = 0 \therefore \omega = \pm |\vec{k}|. \quad (3.7.4)$$

As velocidades de grupo e de fase se equivalem ao seguinte:

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial |\vec{k}|} = v_f = \frac{\omega}{|\vec{k}|} = \pm 1. \quad (3.7.5)$$

Caracterizando sistemas isotrópicos um cone de luz que garante que a causa e efeito sejam mantidas para sistemas isotrópicos.

4. Termodinâmica de um Gás de Fótons

Faremos agora uma breve descrição do gás de fótons tomando como base o resultado da relação de dispersão, Eq. (3.7.4), obtida na seção anterior.

4.1 – Densidade de Modos de Propagação

Note que é possível determinar quantos modos de propagação existem em cada frequência da onda, caso seja conhecido quantos modos existem para cada número de onda \vec{k} (ou vetor de onda). Quando as condições de contorno periódica são aplicadas a um cubo de comprimento L , um número inteiro de comprimento de onda poderá ser inserido neste cubo $\lambda = \frac{L}{n}$, onde n é um número inteiro. Isso restringe os vetores de ondas permitidos a $k_x, k_y, k_z = \frac{2\pi n}{L}$. Esses valores permitidos de \vec{k} formam uma rede cúbica no espaço dos momentos. O volume dos espaços dos momentos, \vec{k} , associados com cada ponto é dado por $(2\pi/L)^3$. Essa ideia pode ser melhor descrita através da figura abaixo [5, 6, 7]:

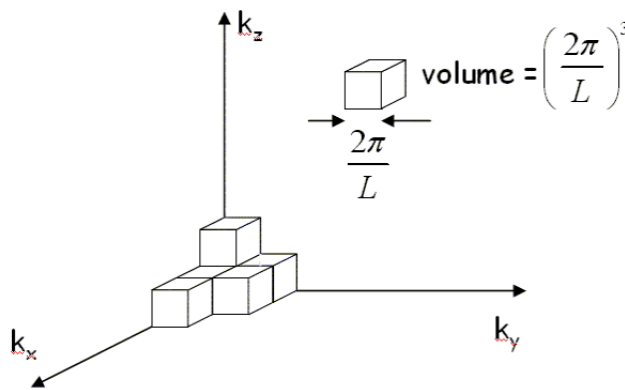


Fig. 6

Onde,

$$k_x, k_y, k_z = \dots, \frac{-4\pi}{L}, \frac{-2\pi}{L}, 0, \frac{2\pi}{L}, \frac{4\pi}{L}, \dots$$

Observe que existem duas vezes modos normais independentes do que pontos no espaço \vec{k} pois o campo elétrico tem duas componentes que são perpendiculares à direção de propagação. Então, o número de ponto permitidos com valores de \vec{k} entre \vec{k} e $\vec{k} + d\vec{k}$ é dado por [...]:

$$D(k)dk = 2 \frac{4\pi k^2 dk}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^3} = \frac{k^2 L^3}{\pi^2} dk \quad (4.1.1)$$

Em nossa notação, adotamos $k = |\vec{k}|$. Saindo do sistema natural de unidades, a nossa relação de dispersão, Eq. (3.7.4), é agora reescrita como:

$$\omega = c k \quad (4.1.2)$$

A densidade de modos de propagação por unidade de volume é, em termos da frequência, dessa forma:

$$D(\omega)d\omega = \frac{\omega^2}{c^3\pi^2} d\omega \quad (4.1.3)$$

4.2 – A Lei da Radiação de Planck

Diferente do elétron ou próton que possuem spin $-1/2$ ou $+1/2$ que são classificados como férmions e, neste caso, apresentam uma certa identificação, o fóton que possui spin 1 pertence a uma classe de partículas chamada de bósons que, através de uma visão mecânica estatística, são indistinguíveis. Então, para fazermos um estudo termal do fóton, iremos considerar a termodinâmica de bósons não-integrantes. Neste caso, o potencial químico para um gás de fótons é zero e a energia livre de Helmholtz [6, 7] é dada por:

$$\begin{aligned} F &= k_B T \int_{-\infty}^{+\infty} D(E) \ln \left(1 - e^{-\left(\frac{E}{k_B}\right)T} \right) dE \\ &= k_B T \int_{-\infty}^{+\infty} D(\omega) \ln \left(1 - e^{-\left(\frac{\omega}{k_B}\right)T} \right) d\omega \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

Onde $k_B = 1,38064852 \times 10^{-23} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-2} \text{ K}^{-1}$, é a constante de Boltzmann e T é a temperatura. Para construir a Eq. (4.2.1), usamos a descrição estatística de Bose-Einstein para um gás não-integrante. Aplicando na Eq. (4.2.1), a seguinte mudança de variável:

$$x = \frac{(h/2\pi)\omega}{k_B T}. \quad (4.2.2)$$

Obtemos:

$$\begin{aligned} F &= \frac{(k_B T)^4}{\hbar^3 c^3 \pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \ln(1 - e^{-x}) dx \\ &= \frac{(k_B T)^4}{\hbar^3 c^3 \pi^2} \left[\frac{x^3}{3} \ln(1 - e^{-x}) dx \left\{ \int_0^{\infty} - \int_0^{\infty} \frac{x^3}{3} \frac{1}{e^x - 1} dx \right\} \right] \end{aligned} \quad (4.2.3)$$

Note que o primeiro termo desaparece, resultando na seguinte energia livre:

$$F = - \frac{(k_B T)^4}{3 \hbar^3 c^3 \pi^2} \left[\frac{x^3}{\ln(1 - e^{-x})} dx \right] \quad (4.2.4)$$

Esta equação corresponde a uma forma da fórmula de Planck para a densidade de energia da radiação de corpo negro. O comportamento desta equação é descrito pelo seguinte gráfico.

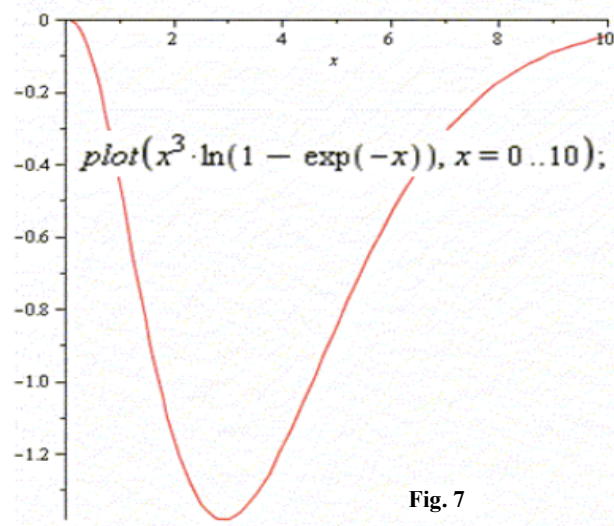


Fig. 7

Este gráfico mostra o comportamento da densidade de energia em função da variável x . Note que através da Eq. (4.2.4) podemos derivar as demais equações de estado termodinâmicas tais como a entropia (S), a energia interna (U) (através desta quantidade, é possível verificar o comportamento desta função em termos do comprimento de onda e da temperatura da radiação cósmica de fundo), etc. contudo esse estudo ficará como uma perspectiva de trabalho [7].

CONCLUSÃO

Neste trabalho, realiza uma ampla descrição das propriedades básicas da eletrodinâmica clássica. Primeiramente, descrevemos as propriedades associadas as equações de Maxwell. Depois revisamos a estrutura básica da relatividade especial, dando ênfase a estrutura matemática desta teoria. Após o domínio desta ferramenta, focamos na descrição covariante da eletrodinâmica via o formalismo Lagrangeano. O ponto central foi o de obter a relação de dispersão dos fótons e usá-la como suporte para descrição termal de um gás de fótons. Neste primeiro momento, fizemos um estudo da densidade de energia via análise gráfica. Contudo, esse estudo deve ser naturalmente estendido para descrição das demais quantidades termodinâmicas: entropia, pressão, calor específico, etc.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio do CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – Brasil, que ofereceu suporte

financeiro ao PIBIC/UFCG. Agradecemos também a UAF-CCT-UFCG pela infraestrutura e aos amigos e colegas do grupo de estudo que ajudaram fortemente tanto no desenvolvimento do trabalho realizado como no desenvolvimento pessoal obtido.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] NUSSENZVEIG, H. M, *Curso de Física Básica 3, Eletromagnetismo*, Editora EDGARD BLUCHER.

[2] BASSALO, J. M. FILARDO, *Eletrodinâmica Clássica*, Editora LIVRARIA DA FÍSICA.

[3] GOMES, M. O. CAMINHA, *Teoria Quântica de Campos*, Editora EDUSP, 2003.

[4] SALINAS, SILVIO, *Introdução à Física Estatística*, 2 ED, EDUSP, 2005.

[5] Ferreira, Fabiana Da Gama, *Princípios básicos de eletromagnetismo e termodinâmica*, Editora INTERSABERES.

[6] NUSSENZVEIG, H. M, *Curso de Física Básica 2, Flúidos, Oscilações, Ondas e Calor*, Editora EDGARD BLUCHER.

[7] H. STOCKER, L. NEISE AND W. GREINER, *Thermodynamics and Statistical Mechanics*, Editora Springer 1995.