



MODELAGEM MATEMÁTICA E ALGORITMOS PARA PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS.

Iggor Thadeu Lagos de Souza¹, Walton Pereira Coutinho²

RESUMO

Neste relatório, é apresentado uma nova variante do Problema do Caixeiro Viajante, que é chamada de *Close Enough Dubins Traveling Salesman Problem* (CEDTSP). Nesse problema, o veículo deve respeitar as dinâmicas de movimento do veículo Dubins e é capaz de visitar localidades e atender à demanda de cada local quando sobrevoa qualquer ponto pertencente a uma área suficientemente próxima do mesmo, tais áreas são normalmente círculos com um raio pré-determinado. No presente trabalho, é feita a utilização da linguagem de modelagem de otimização Pyomo.DAE, para criar uma formulação matemática capaz de resolver o problema proposto. Resultados dos experimentos preliminares comprovam a efetividade da formulação proposta.

Palavras-chave: Veículos aéreos não tripulados, roteamento, otimização de trajetórias.

¹Aluno do curso de Engenharia de Produção, UAEP, UFCG, Sumé, PB, e-mail: iggortsouza@gmail.com

² Dr., Professor, UFPE, Caruaru, PE, e-mail: walton.coutinho@ufpe.br

MODELAGEM MATEMÁTICA E ALGORITMOS PARA PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS.

ABSTRACT

On this report it's introduced the Close Enough Dubins Traveling Salesman Problem (CEDTSP) a new variant of the Traveling Salesman Problem. In this problem, the vehicle must respect the movement dynamics of the Dubins vehicle and is able to visit locations and meet the demand of each location when it flies over any point belonging to an area close to it, such areas are usually circles with a predetermined radius. In the present work, the optimization modeling language Pyomo.DAE is used to create a mathematical formulation capable of solving the proposed problem. Results of preliminary experiments prove the effectiveness of the proposed formulation.

Keywords: Unmanned aerial vehicles, routing, trajectory optimization.

1. INTRODUÇÃO

O problema aqui estudado é motivado pelo grande potencial que a utilização de Veículos Aéreos Não Tripulados (UAVs do inglês *Unmanned Aerial Vehicle*) possuem quando utilizados em áreas como a vigilância e logística (TSOURDOS, WHITE, & SHANMUGAVEL, 2010), detecção aérea de incêndio florestal (YUAN, ZHANG, & LIU, 2015), comercio online (WANG, POIKONEN, & GOLDEN, 2017), essa ampla gama de aplicações se dá, segundo (COUTINHO et al., 2018), a capacidade que os UAVs possuem de anexar diversos sensores, transmissores e equipamentos fotográficos.

Os UAVs podem ser definidos como aeronaves controladas por controle remoto ou por um computador embutido e que, portanto, não necessitam de um condutor humano a bordo. Drones, planadores não tripulados e helicópteros controlados remotamente são exemplos de UAVs. Segundo dados da Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC), em um período de um ano, a partir de agosto de 2018, saltou de 18.389 para 27.665 o número de drones utilizados para fins profissionais no país.

Na literatura da Pesquisa Operacional (PO), existem diversos problemas e variantes que podem ser adaptadas para lidarem com os UAVs. Um desses é o Problema do Caixeiro Viajante (TSP, do inglês *Traveling Salesman Problem*) que possui inúmeras aplicações. O TSP consiste, segundo (APPLEGATE et al., 2007), em determinar uma rota de menor distância percorrida para um veículo de forma que um conjunto de pontos geograficamente dispersos sejam visitados.

No TSP, não é aplicado restrições de movimento, portanto, o veículo pode se locomover livremente no espaço. Contudo, os UAVs possuem restrições de curvatura que devem ser respeitados, para isso, diversos autores propõem variantes do TSP para lidar com essas restrições, como o Problema do Caixeiro Viajante com Drones (TSP-D, do inglês *Traveling Salesman Problem with Drones*) proposto em (AGATZ et al., 2016) e (OTTOMANELLI et al., 2017), *Flying Sidekick Traveling Salesman Problem* apresentado por (MURRAY et al., 2015).

Devido a acoplagem de sensores e equipamentos fotográficos, em aplicações de vigilância e coleta de dados, os UAVs são capazes de coletar as informações necessárias para conclusão de missões a uma distância suficientemente próxima dos alvos sem que seja necessário chegar até o ponto exato de destino. Dessa forma, na literatura, existem diversas variantes do TSP que foram propostas para

melhor utilização de recursos como esse dos UAVs, com um raio mínimo ao redor do alvo no qual o veículo pode coletar a informação ou tirar uma foto, de acordo com a missão. Como o Problema do Caixeiro Viajante Suficientemente Próximo (CETSP, do inglês *Close Enough Traveling Salesman Problem*) abordado em (BANDEIRA et al., 2015) no qual um UAV possuía a missão de visitar e fotografar lugares com falhas em uma plantação.

Diante dessas peculiaridades que os UAVs possuem, trabalhos que abordam ambas de forma integrada podem ser encontrados na literatura, como o Problema de Orientação Dubins Suficientemente Próximo (CEDOP, do inglês *Close Enough Dubins Orienteering Problem*) que é uma variável do Problema de Orientação (OP, do inglês *Orienteering Problem*) e o Problema do Caixeiro Viajante Dubins com Vizinhanças (DTSPN, do inglês *Dubins Traveling Salesman Problem with Neighborhoods*). Com isso, essa pesquisa propõe um novo problema, chamado Problema do Caixeiro Viajante Dubins Suficientemente Próximo (CEDTSP, do inglês *Close Enough Dubins Traveling Salesman Problem*). Nesse problema o veículo visita a localidade e atende à demanda de cada local quando sobrevoa qualquer ponto pertencente a uma área suficientemente próxima do mesmo, tais áreas são normalmente círculos com um raio pré-determinado, e o veículo deve também respeitar as dinâmicas de movimento do veículo Dubins.

Neste trabalho propõe-se uma formulação matemática para resolução do CEDTSP, e é feita a apresentação dos resultados preliminares que foram obtidos por meio dos experimentos computacionais realizados pelos autores, bem como, uma análise desses resultados para verificar o desempenho do modelo proposto.

O restante deste trabalho está organizado da seguinte maneira. Na Seção 2 apresenta-se os últimos trabalhos realizados na literatura relacionada ao tema desta pesquisa. Na Seção 3, propõe-se uma formulação matemática para o CEDTSP. Na seção 4, apresenta-se os resultados preliminares de experimentos computacionais. A seção 5 conclui este trabalho e direciona pesquisas futuras.

2. REVISÃO DE LITERATURA

Na literatura, podem ser encontradas diversas abordagens para problemas que abordam os UAVs e possuem semelhanças com o CEDTSP, como o *Dubins Traveling Salesman Problem with Neighborhoods* (DTSPN), *Close-Enough Dubins Orienteering Problem* (CEDOP).

O Problema do Caixeiro Viajante (PCV) consiste em determinar uma rota de menor distância percorrida para um veículo de forma que um conjunto de pontos geograficamente dispersos sejam visitados. O PCV é, em virtude da sua aplicabilidade, um dos problemas mais estudados na literatura, surgindo assim, diversas variantes do mesmo.

Uma variante do PCV foi desenvolvida para lidar com a utilização de drones em conjunto com caminhões para fazer entregas. Essa variante foi chamada de Problema do Caixeiro Viajante com Drones (PCV-D), esse problema de otimização é abordado em (AGATZ et al., 2016) no qual o problema foi modelado como um novo programa de inteiros e foi capaz de obter soluções ótimas para instâncias de tamanho razoável. Eles também desenvolveram várias route-first cluster-second heurísticas para grandes instâncias com base em pesquisa local e programação dinâmica.

O PCV-D também foi abordado por (OTTOMANELLI et al., 2017), porém, o caminhão poderia entregar e pegar um drone não apenas em um nó, mas também ao longo de um arco de roteamento (en-route). O problema foi resolvido utilizando uma greedy heuristic, baseada em *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP), e modificada para levar em consideração o tempo de espera na função de custo.

Uma formulação baseada em programação linear inteira mista para lidar com o *Flying Sidekick Traveling Salesman Problem* (FSTSP) foi introduzida por (MURRAY et al., 2015). O FSTSP tem como objetivo minimizar o tempo de conclusão da entrega feita por um drone em colaboração com um caminhão de entrega tradicional. Os autores propuseram métodos heurísticos simples para a resolução do FSTSP e notaram que, devido ao problema ser considerado NP-Difícil, apenas instâncias de pequeno porte poderiam ser resolvidas com o método proposto.

Diferente dos autores citados acima, Faigl et al. (2017) abordaram o CEDOP, uma variante do Problema de Otimização, com o intuito de levar em consideração o tempo limitado de operação dos UAVs. Os autores foram motivados por missões de vigilância e coleta de dados nas quais um veículo robótico é solicitado a tirar uma foto instantânea da localização de um alvo ou recuperar dados remotamente de uma rede de sensores usando um intervalo de comunicação específico.

Para resolver esse problema, Faigl et al. (2017) propõem uma nova abordagem, baseada em aprendizagem não supervisionada, de princípios do *Self-Organizing Maps* (SOMs), propostos por outros autores para problemas como o *Orienteering Problem with Neighborhoods* (OPN) e o *Dubins Traveling Salesman Problem* (DTSP), fazendo duas modificações para respeitar o orçamento limitado do veículo Dubins. A primeira modificação é que o possível vencedor é determinado não de acordo com os neurônios conectados no anel, mas de acordo com o Dubins Tour conectando os pontos de passagem associados aos neurônios vencedores, respeitando sempre a restrição de orçamento do veículo. A segunda modificação é que, para determinar se o anel representa um tour que satisfaça o orçamento máximo após a adaptação, a adaptação deve ser realizada e, no caso de violação do orçamento, a rede deve ser revertida para o estado antes da adaptação.

Já o DTSPN foi abordado por P. Váňa et al. (2018) que apresenta uma extensão do problema no espaço 3D, chamado de 3D-DTSPN, onde um UAV é solicitado a visitar determinado conjunto de locais para coleta de dados, enquanto o raio de giro mínimo e ângulos de mergulho e subida máxima são respeitadas, de modo que a trajetória seja a mais curta possível.

Devido à alta complexidade do problema, que envolve a otimização combinatória de encontrar a sequência de visitas-alvo e a otimização contínua da terminação da trajetória final, os autores se propuseram a adotar de uma abordagem desacoplada tratando ambas as partes do problema separadamente. A sequência de visitas é determinada pelo TSP Euclidiano fazendo a utilização de uma função de distância modificada que estima o comprimento da trajetória 3D para o modelo do avião Dubins com mais precisão. Finalmente, a trajetória conectando as regiões alvo é otimizada usando o algoritmo *Local Iterative Optimization* (LIO) que consegue encontrar um local ótimo para a sequência de visitas às regiões alvo.

Conforme o acima exposto, verifica-se que o CEDTSP ainda não foi formalmente definido. Observa-se também que não existem abordagens na literatura para sua resolução, mas o uso das abordagens presentes nos problemas semelhantes pode auxiliar nesse processo por meios de adaptações desses modelos já existentes. Nas seções a seguir, apresenta-se uma formulação matemática para o CEDTSP, permitindo assim a aplicação prática deste problema.

3. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA O CEDTSP

O veículo Dubins pode ser pensado como um ponto material em uma coordenada (x, y) no plano, com um ângulo de θ , e velocidade para a frente $v = 1$; o controle é a velocidade angular do veículo, que deve estar em alguma faixa simétrica, $u \in [-1, 1]$ e que possui um raio de giro mínimo ρ . Para a entrada de controle, o movimento do veículo pode ser descrito como

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = v \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \\ u \cdot \rho^{-1} \end{bmatrix}, \quad |u| \leq 1.$$

Dado um conjunto de localidades, o CEDTSP tem como objetivo estabelecer um trajeto ideal de modo a minimizar o tempo gasto. Nesse problema, o veículo visita a localidade e atende à demanda de cada local quando sobrevoa qualquer ponto pertencente a uma área suficientemente próxima do mesmo, tais áreas são normalmente círculos com um raio pré-determinado, e o veículo deve também respeitar as dinâmicas de movimento do veículo Dubins.

O CEDTSP é definido formalmente da seguinte maneira: Seja $G = (V, A)$ um grafo direcionado, onde $V = \{0, 1, \dots, n-1\}$ é um conjunto de n localidades, e A é um conjunto de arcos conectando dois vértices adjacentes $i, j \in V$. Cada localidade $i \in V$ é descrita por uma tupla (x_i, y_i, θ_i) , onde (x_i, y_i) representa a posição do veículo no plano, e θ_i representa o ângulo no qual o veículo deve chegar e sair da localidade. O parâmetro \bar{r} representa o raio mínimo de proximidade para coleta de dados. É assumido que a posição de cada localidade é conhecida antecipadamente, o objetivo é encontrar o caminho mais curto ligando todos os pontos, de modo que a curvatura do caminho é limitada por $1 / \rho$, onde ρ é o raio mínimo de giro.

Os parâmetros apresentados foram organizados a seguir:

- n \implies Número de localidades a serem visitadas;
- N \implies Número de arcos;
- \bar{r} \implies Raio mínimo de proximidade;
- ρ \implies Raio mínimo de giro.

Considere ainda as seguintes variáveis de decisão:

- x_{ij} \implies Variável binária igual a 1 se o veículo vai de i para j e 0 caso contrário;
- h_{ij} \implies Tamanho do passo de discretização;
- s_{ij}^t \implies Variáveis de estado;
- u_{ij}^t \implies Variáveis de controle;

$f_{ij} \implies$ Variáveis de fluxo

A seguir será apresentado o modelo para o problema proposto:

$$\text{Min} \quad \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} (\tau_{ij}^f - \tau_{ij}^{\circ}) x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{s. a.} \quad \sum_{j \in V} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in V \quad (2)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in V \quad (3)$$

$$\sum_{i \in V} f_{ij} - \sum_{k \in V} f_{jk} = 1, \quad \forall j \in V, i \in V \setminus \{0\} \quad (4)$$

$$f_{ij} \leq (n-1)x_{ij}, \quad \forall i, j \in V, i \in V \setminus \{0\} \quad (5)$$

$$\mathbf{s}_{ij}^{lb} \leq \mathbf{s}_{ij}^t \leq \mathbf{s}_{ij}^{ub}, \quad \forall i, j \in V, t \in T \quad (6)$$

$$u_{ij}^{lb} \leq u_{ij}^t \leq u_{ij}^{ub}, \quad \forall i, j \in V, t \in T \quad (7)$$

$$\mathbf{s}_{ij}^{t+1} = \mathbf{s}_{ij}^t + h_{ij} \begin{pmatrix} v_{ij}^t \cos \theta_{ij}^t \\ v_{ij}^t \sin \theta_{ij}^t \\ u_{ij}^t \end{pmatrix} x_{ij}, \quad \forall i, j \in V, t \in T \setminus \{n-1\} \quad (8)$$

$$h_{ij} = \frac{\tau_{ij}^f - \tau_{ij}^{\circ}}{N-1}, \quad \forall i, j \in V \quad (9)$$

$$x_{ij} \left[(\bar{x}_i - x_{ij}^{n-1})^2 + (\bar{y}_i - y_{ij}^{n-1})^2 \right] \leq \bar{r}_i^2 \quad (10)$$

$$\mathbf{s}_{jk}^{\circ} = \mathbf{s}_{ij}^f x_{ij} x_{jk}, \quad \forall i, j, k \in V \quad (11)$$

$$u_{jk}^{\circ} = u_{ij}^f x_{ij} x_{jk}, \quad \forall i, j, k \in V \quad (12)$$

$$\tau_{jk}^{\circ} = \tau_{ij}^f x_{ij} x_{jk}, \quad \forall i, j, k \in V \quad (13)$$

$$\mathbf{s}_{0j}^{\circ} = \bar{\mathbf{s}}_0, \quad \forall j \in V \quad (14)$$

$$u_{0j}^{\circ} = \bar{u}_0, \quad \forall j \in V \quad (15)$$

$$\tau_{0j}^{\circ} = 0, \quad \forall j \in V \quad (16)$$

$$h_{ij} \in \mathbb{R}^t, \quad \forall i, j \in V \quad (17)$$

$$\mathbf{s}_{ij}^t \in \mathbb{R}^{n_s}, \quad \forall i, j \in V, t \in T \quad (18)$$

$$u_{ij}^t \in \mathbb{R}^{n_u}, \quad \forall i, j \in V, t \in T \quad (19)$$

$$f_{ij} \in \mathbb{R}^t, \quad \forall i, j \in V \quad (20)$$

$$\tau_{ij}^{\circ}, \tau_{ij}^f \in \mathbb{R}^t, \quad \forall i, j, k \in V \quad (21)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i, j \in V \quad (22)$$

Na formulação acima, (1) representa a função objetivo que consiste em minimizar o tempo de trajeto; (2) e (3) são restrições que exigem que o veículo entre e saia de cada nó exatamente uma vez; (4) e (5) são restrições de fluxo; (6) e (7) representam as variáveis de estado e controle e seus limites superiores e inferiores; (8) e (9) representam os sistemas de ODE(s) responsáveis pelas restrições de movimento do veículo Dubins em que o veículo só pode se movimentar para frente

em linha reta e para direita ou esquerda com um raio de giro de $1 / \rho$.; (10) modela a restrição do close-enough, no qual ao chegar a um raio \bar{r} ao redor do alvo é possível fazer a coleta das informações; (11), (12) e (13) são as restrições de ligação entre arcos que é responsável por conectar o fim de um arco com o início do outro para que ocorra a continuidade da trajetória; (14), (15) e (16) definem as condições iniciais do sistema e (17), (18), (19), (20), (21) e (22) definem o domínio das variáveis.

Devido à complexidade do problema descrito acima, o presente trabalho se voltou para lidar apenas com uma versão reduzida do problema. Dessa forma foi desenvolvido um modelo matemático cuja solução descreve a trajetória ótima para uma sequência fixa de vértices.

4. EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

4.1 CRIAÇÃO DAS INSTÂNCIAS

As instâncias foram desenvolvidas e separadas em grupos de acordo com a quantidade de localidades a serem visitadas, sendo as coordenadas e os valores de theta definidos de forma aleatória. Um total de 3 grupos foram selecionados, no grupo 1 temos 4 localidades a serem visitadas ($n = 4$), no grupo 2 são 7 localidades ($n = 7$) e, por fim, o grupo 3 com 10 localidades ($n = 10$), com 20 instâncias sendo geradas para cada um deles. A partir da organização dos grupos e criação das instâncias foram determinadas 5 sequências para cada grupo, sendo uma delas $[0, 1, 2, \dots, n-1]$ e as restantes de forma aleatória.

4.2 RESULTADOS

O processo de desenvolvimento do código não incluiu as restrições do *Close-Enough* que determina um raio mínimo no qual a coleta pode ser realizada. O modelo para o CEDTSP foi implementado utilizando-se o Pyomo.DAE, que é uma extensão do Pyomo, linguagem de modelagem de otimização baseada em Python. Todos os experimentos foram realizados em um computador de 64 bits com processador Intel® Core™ i5-9300H 9ª Geração e o software de otimização IPOPT 3.11.1.

Os resultados preliminares dos experimentos realizados com cada grupo de instâncias podem ser encontrados nas tabelas a seguir, onde estão representados o

número da instância, quantidade de soluções encontradas, além do tempo computacional médio e o tempo médio de trajeto.

Tabela 1. Grupo 1 (n = 4)

Instância	Soluções encontradas	Tempo Computacional	Tempo de Trajeto
		Médio (s)	Médio (s)
1	3	0.4073	135.7277
2	1	0.5142	196.0659
3	2	0.3850	109.8654
4	2	0.6189	159.8660
5	1	0.3181	128.6707
6	1	0.3542	50.4816
7	4	0.6191	168.3627
8	2	0.3655	100.1308
9	4	0.6014	111.6710
10	4	0.4234	133.1133
11	1	0.2264	116.8949
13	2	0.5401	182.5349
14	2	0.5056	220.5714
15	4	0.7418	216.2052
17	3	0.4332	169.8696
18	2	0.4208	107.9028
19	2	0.3463	111.6560
20	2	0.5136	187.8958

Fonte: Autoria Própria (2021)

Tabela 2. Grupo 2 (n = 7)

Instância	Soluções encontradas	Tempo Computacional	Tempo de Trajeto
		Médio (s)	Médio (s)
3	3	1.3438	421.0726
5	1	1.5542	231.5856
6	1	2.3154	348.8795
8	1	1.1458	289.4040
10	2	3.7809	299.9674
12	1	0.9434	220.6684
14	1	1.1126	379.2377
15	1	0.8877	383.3948
17	1	1.2571	378.0667
18	2	1.2174	306.6812

Fonte: Autoria Própria (2021)

Tabela 3. Grupo 3 (n = 10)

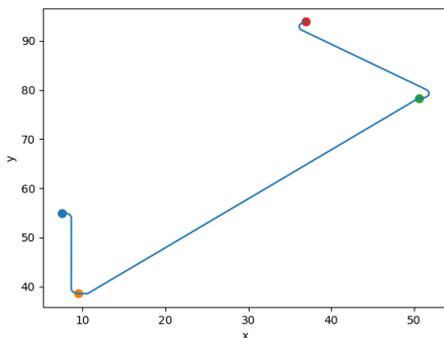
Instância	Soluções encontradas	Tempo Computacional	Tempo de Trajeto
		Médio (s)	Médio (s)
6	1	2.0107	539.3901
9	1	3.2034	457.2408
13	1	2.0362	487.2102
15	1	2.3696	449.0812

Fonte: Autoria Própria (2021)

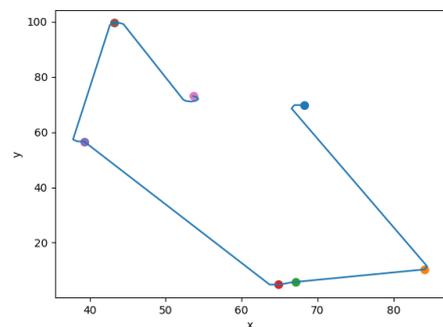
Podemos observar que quanto maior o número de localidades, o tempo computacional e o resultado da função objetivo também aumentam, porém, a quantidade de resultados soluções encontradas diminui consideravelmente. Isso pode ser explicado devido ao fato de que ao aumentar o valor de n o problema se torna consideravelmente mais desafiador.

As imagens a seguir mostram como algumas variáveis se comportam ao longo do tempo de execução do algoritmo.

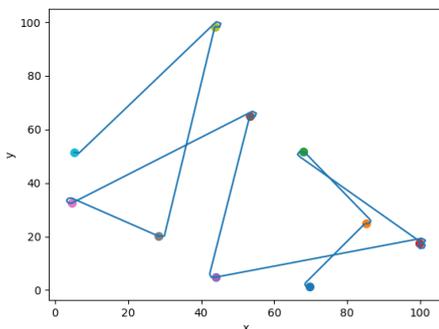
Imagem 1 – Trajetórias ótimas para alguns exemplos de instâncias com rotas fixas



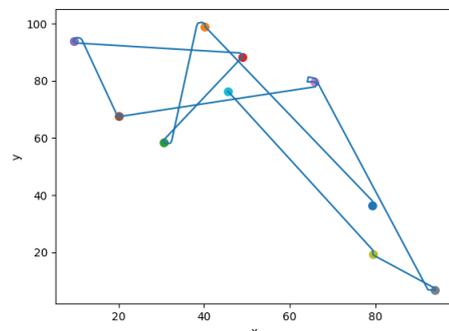
Grupo 1, Instância 8, Sequência 4.



Grupo 2, Instância 12, Sequência 1.



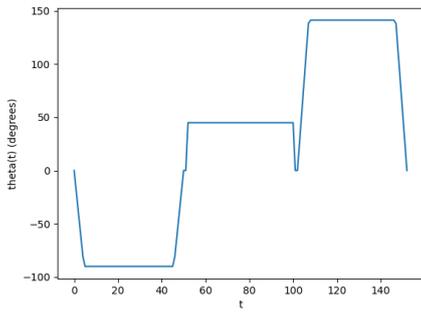
Grupo 3, Instância 13, Sequência 1.



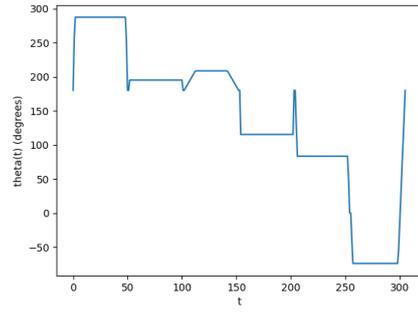
Grupo 3, Instância 15, Sequência 4.

Fonte: Autoria Própria (2021)

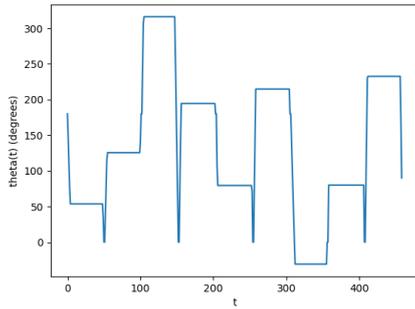
Imagem 2 - Gráficos da variável θ versus o tempo para algumas instâncias com rota fixa



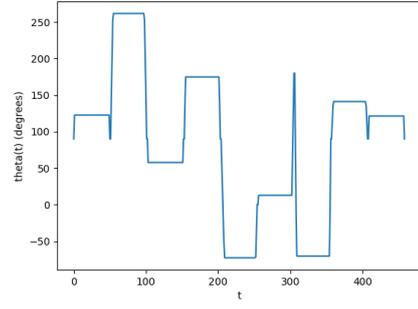
Grupo 1, Instância 8, Sequência 4.



Grupo 2, Instância 12, Sequência 1.



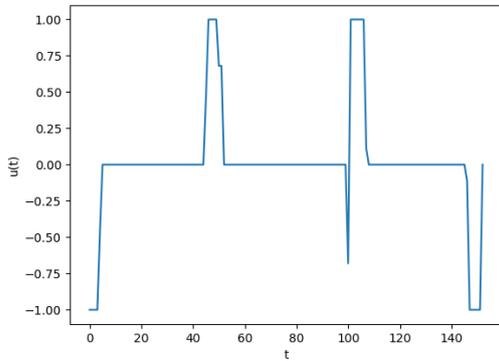
Grupo 3, Instância 13, Sequência 1.



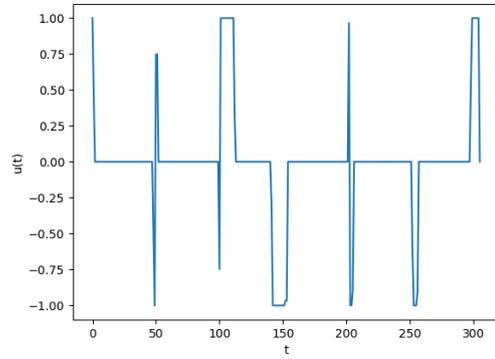
Grupo 3, Instância 15, Sequência 4.

Fonte: Autoria Própria (2021)

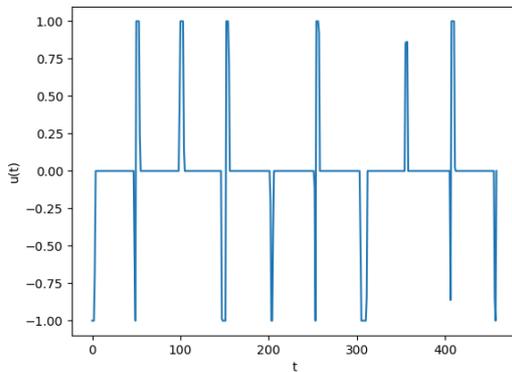
Imagem 3 – Gráficos da variável de controle u versus o tempo para algumas instâncias com rota fixa



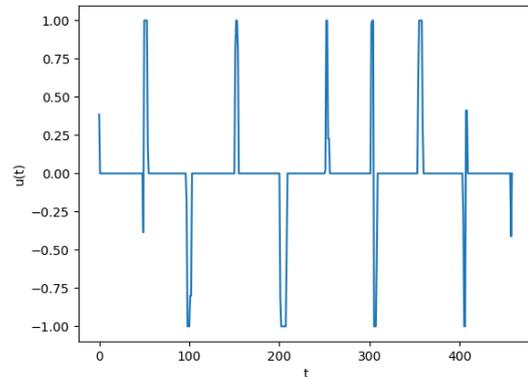
Grupo 1, Instância 8, Sequência 4.



Grupo 2, Instância 12, Sequência 1.



Grupo 3, Instância 13, Sequência 1.



Grupo 3, Instância 15, Sequência 4.

Fonte: Autoria Própria (2021)

5. CONCLUSÃO

Este trabalho abordou o *Close Enough Dubins Traveling Salesman Problem*, sendo proposta uma formulação capaz de resolver uma versão simplificada do problema. O modelo apresentado foi capaz de encontrar soluções ótimas em instâncias dos 3 grupos propostos. Conseguiu-se obter em média 41% de soluções ótimas nas instâncias do grupo 1 com 4 localidades, entretanto, para as instâncias com 7 e 10 localidades o modelo não foi capaz de encontrar um número considerável de soluções ótimas, com apenas 14% e 4% para os grupos 2 e 3, respectivamente.

Como apresentado anteriormente, os experimentos computacionais realizados mostraram um melhor desempenho nas instâncias com um número menor de localidades, com apenas algumas soluções ótimas sendo encontradas para instâncias com um número de localidades superior a 7. Dessa forma, é possível concluir que, em pesquisas futuras, a formulação deve ser aperfeiçoada para que melhores resultados sejam encontrados em instâncias que possuem um número maior de localidades.

Para a obtenção de melhores resultados em pesquisas futuras, deve-se considerar a utilização de uma formulação diferente para a dinâmica de movimento dos UAVs para que também seja incluso a capacidade do UAV assumir uma velocidade negativa, ou seja, andar no sentido contrário ao sentido habitual do veículo Dubins.

AGRADECIMENTOS

Ao programa CNPq/PIBIC pelo financiamento do projeto de pesquisa, e à UFCG pela concessão da bolsa de Iniciação Científica.

O presente trabalho foi realizado com apoio do CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – Brasil, Edital UFCG/CNPQ PIBIC 2020-2021.

REFERÊNCIAS

Agatz, N.; Bouman, P.; Schmidt, M. **Optimization Approaches for the Traveling Salesman Problem with Drone**. *Transp. Sci.* 52, 2016.

APPLEGATE, David L.; BIXBY, Robert E.; CHVÁTAL, Vašek; COOK, William J.. **The Traveling Salesman Problem: A Computational Study**. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 608 p, 2007.

Bandeira, T. W., Coutinho, W. P., Brito, A. V., & Subramanian, A.. **Analysis of path planning algorithms based on travelling salesman problem embedded in UAVs**. Brazilian symposium on computing systems engineering (SBESC), pp. 70–75. 2015.

Faigl, Jan; Pěnička, Robert. **On close enough orienteering problem with dubins vehicle**. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), pp. 5646–5652, 2017

Murray, C.C.; Chu, A.G. **The flying sidekick traveling salesman problem: Optimization of drone-assisted parcel delivery**. *Transp. Res. Part Emerg. Technol.*, 54, 86–109.

Nicholson, Bethany, John D. Sirola, Jean-Paul Watson, Victor M. Zavala, and Lorenz T. Biegler. **Pyomo.dae: a modeling and automatic discretization framework for optimization with differential and algebraic equations**. *Mathematical Programming Computation* 10(2) (2018): 187-223.

Ottomanelli, Michele *et al.* **En-route truck-drone parcel delivery for optimal vehicle routing strategies**. *IET Intell. Transp. Syst.* 2017.

Pěnička, Robert *et al.* **Dubins orienteering problem with neighborhoods**. *ICUAS*, pp. 1555–1562, 2017.

Tsourdos, Antonios; White, Brian; Shanmugavel, Madhavan. **Cooperative path planning of unmanned aerial vehicles**. John Wiley & Sons, 2010.

Coutinho, W. P.; Battarra, M.; Fliege, J.. **The unmanned aerial vehicle routing and trajectory optimisation problem, a taxonomic review**. *Computers & Industrial Engineering*, vol. 120, pp. 116–128, 2018.

Wang, X.; Poikonen, S.; Golden, B.. **The vehicle routing problem with drones: Several worst-case results**. *Optimization Letters*, 11, 679–697, 2017.
<http://dx.doi.org/10.1007/s11590-016-1035-3>.

Yuan, C.; Zhang, Y.; Liu, Z.. **A survey on technologies for automatic forest fire monitoring, detection, and fighting using unmanned aerial vehicles and remote sensing techniques**. *Can. J. For. Res.* 45, 783–792, 2015.
<https://doi.org/10.1139/cjfr-2014-0347>.