



## **AVALIAÇÃO E RESINTONIA DE CONTROLADORES PI/PID BASEADO EM DADOS EXPERIMENTAIS - PARTE 2**

**Victor Marinho Espínola Freire <sup>1</sup>, George Acioli Júnior <sup>2</sup>**

### **RESUMO**

Este trabalho tem o intuito de apresentar e de comparar três técnicas de controle baseadas em dados para o ajuste de um controlador do tipo PI/PID, sendo elas: *Fictitious Reference Iterative Tuning* (FRIT), *Noniterative Correlation-based Tuning* (NCbT) e o *Optimal Controller Identification* (OCI). O controlador é acoplado, em malha fechada, a um módulo didático de temperatura, disponível no Laboratório de Instrumentação Eletrônica e Controle (LIEC). Depois de estudadas e aplicadas, as técnicas são comparadas por meio dos resultados experimentais com os controladores sintonizados.

**Palavras-chave:** Controle baseado em dados, Sintonia, FRIT, NCbT, OCI.

---

<sup>1</sup> Aluno de Engenharia Elétrica, Departamento de Engenharia Elétrica, UFCG, Campina Grande, PB, e-mail: victor.freire@ee.ufcg.edu.br

<sup>2</sup> Doutor, Professor, Departamento de Engenharia Elétrica, UFCG, Campina Grande, PB, e-mail: georgeacioli@dee.ufcg.edu.br

## **AVALIAÇÃO E RESINTONIA DE CONTROLADORES PI/PID BASEADO EM DADOS EXPERIMENTAIS - PARTE 2**

### **ABSTRACT**

This work aims to present and compare three data-driven control techniques for the adjustment of a PI/PID controller, namely: *Fictitious Reference Iterative Tuning* (FRIT), *Noniterative Correlation-based Tuning* (NCbT) and *Optimal Controller Identification* (OCI). The controller is coupled, in closed-loop, to a temperature didactic module, available at the Laboratório de Instrumentação Eletrônica e Controle (LIEC). After studied and applied, these techniques are compared through experimental results with the tuned controllers.

**Keywords:** Data-Driven Control, Tuning, FRIT, NCbT, OCI.

## INTRODUÇÃO

Sistemas de controle adequados devem considerar informações sobre a natureza do processo a ser controlado, a fim de satisfazer um conjunto de especificações de desempenho. Desta forma, algumas características são tratadas, como o número de variáveis manipuladas e controladas, assim como a complexidade de suas interações. Características importantes, como a estabilidade do sistema em malha fechada, velocidade do rastreamento da referência e a capacidade em rejeitar o efeito de sinais exógenos no controle do processo são analisadas.

A fim de manter estas variáveis importantes em valores desejados, sistemas de controle de processos utilizam predominantemente controladores do tipo Proporcional-Integral-Derivativo (PID). Esse tipo de controle foi introduzido na indústria nas décadas de 1930 a 1950 (Bennett (1996)), a princípio em algumas malhas pneumáticas e hoje em larga escala com malhas de controle PID implementadas digitalmente.

Diversas pesquisas desenvolveram técnicas de ajuste dos parâmetros do controlador PID visando obter o melhor desempenho da malha de controle. Inicialmente, na década de 1960, essas técnicas estavam intrinsecamente ligadas ao *Model-Based Control* (MBC): vertente da teoria de controle que se propõe ao estudo da modelagem ou da identificação de uma planta a ser controlada baseada no modelo obtido usando certos princípios de equivalência.

Embora tais técnicas possam ser eficientes, pois muitos modelos já foram estudados no decorrer de anos, algumas vezes elas se tornam ineficazes, pois é possível que seja inviável modelar um processo, seja pela dinâmica da planta apresentar alto nível de complexidade, ou devido ao grande esforço para identificação do processo, caso haja a necessidade de projetar um controlador ótimo. Além disso, mesmo que se utilize uma redução de ordem para se desempenhar o controle, isso limitaria mais a eficiência daquele, visto que tal modelo representaria ainda menos a dinâmica real do processo. (Anderson e Dehghani (2007)).

Devido ao avanço da ciência e da tecnologia, processos práticos presentes nas indústrias estão cada vez mais complexos. Diante dessa perspectiva, a partir da década de 1990, cresceu o interesse por técnicas baseadas em dados (*Data-Driven Control* - DDC) para o ajuste de controladores, com o intuito de suprir as limitações da teoria MBC.

Por definição, DDC inclui todas as teorias e métodos de controle em que o controlador é projetado usando diretamente os dados de entrada e de saída do sistema controlado, sejam esses dados adquiridos de modo *on-line* ou *off-line*, sem, contudo, utilizar de forma explícita informações matemáticas acerca do modelo do processo. Sua estabilidade, convergência e robustez podem ser garantidas por meio de uma rigorosa análise matemática sob certas suposições razoáveis. (Hou e Wang (2013)).

## OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é continuar o estudo sobre técnicas de ajuste de controladores do tipo PI/PID que utilizam dados de malha aberta (MA) ou de malha fechada (MF), adquiridos de forma *off-line*, para que um sistema SISO e LTI siga uma dinâmica escolhida pelo autor.

Na primeira parte do projeto, três técnicas DDC foram estudadas:

- *Iterative Feedback Tuning* – IFT (Hjalmarsson, Gunnarsson e Gevers (1994));
- *Correlation-based Tuning* – CbT (Karimi, Mišković e Bonvin (2002));
- *Virtual Reference Feedback Tuning* – VRFT (Campi, Lecchini e Savaresi (2000)).

As duas primeiras se tratam de abordagens iterativas que possuem um custo experimental alto. Um estudo comparativo sobre essas pode ser encontrado em Freire et al. (2020). Já a última é uma técnica direta que utiliza no máximo dois experimentos para sintonizar ou resintonizar o controlador.

Para esta segunda parte, é proposto o estudo de três técnicas que utilizam apenas um conjunto de dados de entrada e de saída, adquiridos de forma *off-line*, para o ajuste do controlador do tipo PI/PID. Como objetivos específicos para o relatório final, têm-se:

- Estudo sobre as seguintes abordagens:
  - *Fictitious Reference Iterative Tuning* – FRIT (Soma, Kaneko e Fujii (2004));
  - *Noniterative Correlation-based Tuning* – NCbT (Karimi, Heusden e Bonvin (2007));
  - *Optimal Controller Identification* – OCI (Campestrini et al. (2017)).
- Desenvolvimento de algoritmos para os respectivos métodos;
- Avaliação comparativa dos métodos, por meio de experimentos em um módulo didático de temperatura, disponível no Laboratório de Instrumentação Eletrônica e Controle.

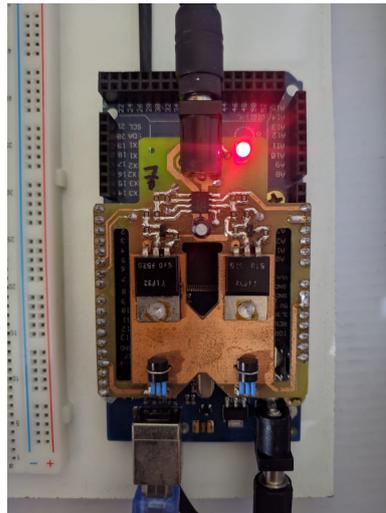
## METODOLOGIA

Inicialmente, é apresentado a situação problema, onde também são definidas as simbologias matemáticas utilizadas nas teorias dos métodos DDC estudados. Essas técnicas são aplicadas a um controlador do tipo PI, que está acoplado, em malha fechada, a um módulo didático de temperatura. Dessa forma, os componentes presentes nessa planta são descritos, mostrando seu princípio de funcionamento.

O modelo de referência é adotado utilizando a abordagem de controle por modelo interno (IMC - Internal Modal Control). Assim, uma seção é destinada a apresentá-lo.

Também são apresentadas as teorias sobre os métodos FRIT, NCbT e OCI. A partir delas, três algoritmos são desenvolvidos, por meio da ferramenta MATLAB®, para que os parâmetros do controlador PI sejam ajustados. A lógica desse controlador está presente no microcontrolador Arduino Mega 2560, Figura 1.

Figura 1 – Módulo didático de temperatura



Fonte: Autoria Própria

A coleta de dados dos experimentos, realizados no módulo didático, é feita de forma remota, por meio da interface web apresentada em [Freire et al. \(2020\)](#). Com esses dados e com os algoritmos desenvolvidos é realizado o ajuste do controlador para cada técnica apresentada. Por fim, as abordagens são comparadas a partir de suas limitações e por meio dos dados obtidos da MF com os controladores ajustados.

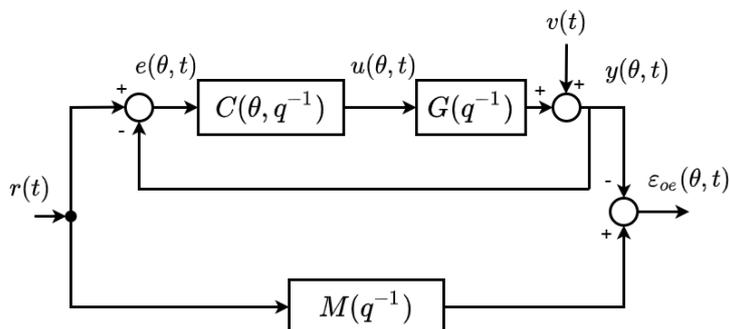
## DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Considere a MF mostrada na Figura 2, em que  $G(q^{-1})$  é um sistema SISO e LTI não conhecido, em função do operador de atraso  $q^{-1}$ . O controlador  $C(\theta, q^{-1})$ , do tipo PI, é dado por:

$$C(\theta, q^{-1}) = K_p + K_i \frac{h q^{-1}}{1 - q^{-1}}, \quad (1)$$

em que,  $\theta = [K_p, K_i]$  é o vetor de parâmetros do controlador, sendo  $K_p$  o ganho proporcional e  $K_i$  o integral, e  $h$  é o período de amostragem. Os sinais de referência, de entrada e de saída do processo, o ruído e o erro de entrada são dados por:  $r(t)$ ,  $u(\theta, t)$ ,  $y(\theta, t)$ ,  $v(t)$  e  $e(\theta, t)$ , respectivamente. Além disso,  $M(q^{-1})$  é o modelo de referência da malha fechada e  $\varepsilon_{oe}(\theta, t)$  é o erro entre a malha fechada real e o modelo de referência.

Figura 2 – Diagrama de blocos do processo em malha fechada



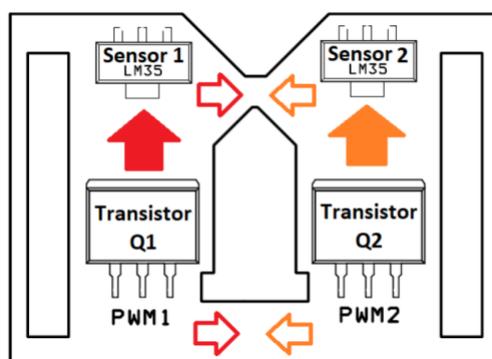
Fonte: Autoria própria

O problema é ajustar o controlador para gerar uma malha fechada correspondente ao modelo de referência  $M(q^{-1})$ , sem o conhecimento do modelo do processo. Ou seja, o objetivo é fazer com que o erro de saída de malha fechada  $\varepsilon_{oe}(\theta, t)$  tenda a zero.

### MÓDULO DIDÁTICO DE TEMPERATURA

O processo sob estudo se trata de um módulo didático de temperatura, composto por dois transistores acionados por sinais *Pulse-Width Modulation* (PWM) e dois sensores LM35. Nesse módulo é possível estudar duas estruturas de controle: Uma entrada e uma saída (SISO - *Single-input Single-output*) e duas entradas e duas saídas (TITO - *Two-inputs Two-outputs*).

Figura 3 – Esquema do módulo de temperatura



Fonte: Lima, Barros e Júnior (2019)

Nesse estudo, a estrutura se trata do controle do tipo SISO, que se atem ao Transistor Q1 e ao Sensor 1.

## MODELO DE REFERÊNCIA

Para este trabalho o modelo de referência é adotado utilizando a abordagem de controle por modelo interno (IMC - Internal Model Control). Conforme apresentado em [Moreira et al. \(2021\)](#), o equivalente contínuo de  $M(q^{-1})$  é:

$$M(s) = \frac{1}{\tau_c s + 1} e^{-\tau_d s} \quad (2)$$

em que,  $\tau_c = \beta \tau_d$  é a constante de tempo desejada de MF e  $\tau_d$  o atraso do processo. O valor de  $\beta$  é definido de acordo com a margem de ganho  $A_m$  desejada:

$$\beta = \frac{2A_m}{\pi} - 1, \quad (3)$$

## Margem de ganho estimado

Da teoria clássica de controle, margem de ganho  $A_m$  é definida como:

$$A_m = \frac{1}{|G(j\omega_c)C(j\omega_c)|}, \quad (4)$$

em que,  $\omega_c$  é a frequência crítica, obtida por meio de  $\angle G(j\omega_c)C(j\omega_c) = -\pi$ . Para o controlador PI, é recomendado escolher a margem de ganho em um intervalo de 2 – 5 ([Åström e Hägglund \(1995\)](#)).

## Atraso estimado

O atraso do modelo de referência é estimado a partir dos dados de entrada e de saída em MF. De acordo com [Jelali \(2006\)](#), uma boa estimativa do atraso de um processo é obtida a partir da sequência de correlação cruzada entre os sinais de saída  $y(\theta, t)$  e a referência  $r(t)$  em um intervalo de tempo de 0 até que pela primeira vez a resposta ao degrau atinja 63% de sua referência:

$$\hat{\tau}_d = \max_{\tau_d} \sum_t y(\theta, t) r(t - \tau_d). \quad (5)$$

Analogamente, para o experimento em MA, o atraso pode ser estimado utilizando a correlação cruzada entre a saída  $y(t)$  e o sinal de controle  $u(t)$  em um intervalo de tempo de 0 até que pela primeira vez a resposta ao degrau atinja 63% do valor de regime permanente.

## FICTITIOUS REFERENCE ITERATIVE TUNING – FRIT

Proposto por [Soma, Kaneko e Fujii \(2004\)](#), o FRIT é uma abordagem que requer apenas um experimento em MF para resintonizar o controlador. Esse método utiliza uma otimização iterativa não linear, de modo *off-line*. Além disso, o FRIT necessita da introdução de um sinal de referência fictício computado pelos dados do experimento de MF para ajustar o controlador.

Para início de análise, tem-se que a saída de um sistema SISO LTI pode ser descrito com o seguinte modelo discreto:

$$y(t) = G(q^{-1})u(t) + v(t), \quad (6)$$

em que,  $v(t)$  é um ruído com média zero, mas não necessariamente branco. O método iterativo IFT minimiza (7) para ajustar o controlador:

$$J_e(\boldsymbol{\theta}_i) = \sum_{t=1}^N e(\boldsymbol{\theta}_i, t)^2, \quad (7)$$

em que,

$$\begin{aligned} e(\boldsymbol{\theta}_i, t) &= y(\boldsymbol{\theta}_i, t) - y_d(t) = \left[ \frac{C(\boldsymbol{\theta}_i, q^{-1})G(q^{-1})}{1 + C(\boldsymbol{\theta}_i, q^{-1})G(q^{-1})} - M(q^{-1}) \right] r(t) \\ &= [T(\boldsymbol{\theta}_i, q^{-1}) - M(q^{-1})] r(t). \end{aligned} \quad (8)$$

Os parâmetros ótimos do controlador são dados por  $\boldsymbol{\theta}^* = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} J_e(\boldsymbol{\theta})$ , que podem ser computados utilizando o algoritmo iterativo de *Robbins-Monro* (R-M):

$$\boldsymbol{\theta}_{i+1} = \boldsymbol{\theta}_i - \gamma_i R_i^{-1} \frac{\partial J_e(\boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}_i}, \quad (9)$$

em que,  $\gamma_i$  é a taxa de aprendizagem e  $R_i$  é uma matriz de direção. Similarmente ao IFT, o objetivo de controle do método FRIT é encontrar os valores ótimos do controlador, tal que:

$$\boldsymbol{\theta}^* = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \sum_{t=1}^N \|y(\boldsymbol{\theta}, t) - y_d(t)\|_2^2. \quad (10)$$

A fim de evitar um custo experimental alto, como no IFT, o método FRIT utiliza um sinal de referência fictício no problema de controle. Esse sinal é dado em função da saída do sistema, em que o ruído não é considerado:

$$\tilde{r}(\boldsymbol{\theta}_0, t) = C(\boldsymbol{\theta}_0)^{-1}u(\boldsymbol{\theta}_0, t) + y(\boldsymbol{\theta}_0, t). \quad (11)$$

Logo, utilizando os valores iniciais do controlador  $\boldsymbol{\theta}_0$ , obtém-se os dados de entrada  $u(\boldsymbol{\theta}_0, t)$  e de saída  $y(\boldsymbol{\theta}_0, t)$  do primeiro experimento e calcula-se o sinal de referência fictício  $\tilde{r}(\boldsymbol{\theta}_i)$ <sup>3</sup>, para i-ésima iteração:

$$\tilde{r}(\boldsymbol{\theta}_i, t) = C(\boldsymbol{\theta}_i)^{-1}u(\boldsymbol{\theta}_0, t) + y(\boldsymbol{\theta}_0, t). \quad (12)$$

Já o erro, utilizando esta referência fictícia é:

$$\tilde{e}(\boldsymbol{\theta}_i, t) = y(\boldsymbol{\theta}_0, t) - M(q^{-1})\tilde{r}(\boldsymbol{\theta}_i, t). \quad (13)$$

Portanto, o desempenho de controle, em um domínio fictício, será:

$$J_{\tilde{e}}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{t=1}^N \tilde{e}(\boldsymbol{\theta}, t)^2. \quad (14)$$

Dessa maneira, o controlador ideal é dado por:  $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} J_{\tilde{e}}(\boldsymbol{\theta})$ , que também pode ser obtido utilizando (9).

<sup>3</sup> É assumido que o grau relativo do controlador  $C(\boldsymbol{\theta}_i)$  é igual a zero.

### Estimativa do gradiente

O gradiente da nova função de custo, com respeito aos parâmetros do controlador, é:

$$\frac{\partial J_{\tilde{e}}(\boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}_i} = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}_i} \left( \sum_{t=1}^N \tilde{e}(\boldsymbol{\theta}_i, t)^2 \right) = 2 \sum_{t=1}^N \tilde{e}(\boldsymbol{\theta}_i, t) \frac{\partial \tilde{e}(\boldsymbol{\theta}_i, t)}{\partial \boldsymbol{\theta}_i}, \quad (15)$$

em que,

$$\frac{\partial \tilde{e}(\boldsymbol{\theta}_i, t)}{\partial \boldsymbol{\theta}_i} = M(q^{-1}) \frac{1}{C(\boldsymbol{\theta}_i, q^{-1})^2} C(q^{-1}) u(\boldsymbol{\theta}_0, t). \quad (16)$$

Para o controlador do tipo PI linearmente parametrizado, tem-se:

$$C(\boldsymbol{\theta}_i, q^{-1}) = \boldsymbol{\theta}_i \cdot C(q^{-1})^T = [K_p \quad K_i]_i \cdot \begin{bmatrix} 1 & h q^{-1} \\ 1 & 1 - q^{-1} \end{bmatrix}^T, \quad (17)$$

### Gauss-Newton

Similarmente ao método IFT, é possível utilizar uma variação mais rápida do algoritmo de R-M, conhecida como Gauss-Newton. Nessa,  $\gamma_i$  será um parâmetro que ajusta a velocidade da convergência e R será a Hessiana aproximada de  $J_{\tilde{e}}(\boldsymbol{\theta})$ :

$$\mathcal{H}_i = \frac{\partial^2 J_{\tilde{e}}(\boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}_i^2} = 2 \sum_{t=1}^N \left( \frac{\partial \tilde{e}(\boldsymbol{\theta}_i, t)}{\partial \boldsymbol{\theta}_i} \frac{\partial \tilde{e}(\boldsymbol{\theta}_i, t)}{\partial \boldsymbol{\theta}_i} + \tilde{e}(\boldsymbol{\theta}_i, t) \frac{\partial^2 \tilde{e}(\boldsymbol{\theta}_i, t)}{\partial \boldsymbol{\theta}_i^2} \right). \quad (18)$$

A medida que a função de custo se aproxima de zero,  $\tilde{e}(\boldsymbol{\theta}_i, t)$  tende a zero. Ou seja, a Hessiana pode ser aproximada como:

$$R = 2 \sum_{t=1}^N \left( \frac{\partial \tilde{e}(\boldsymbol{\theta}_i, t)}{\partial \boldsymbol{\theta}_i} \frac{\partial \tilde{e}(\boldsymbol{\theta}_i, t)}{\partial \boldsymbol{\theta}_i} \right). \quad (19)$$

### NONITERATIVE CORRELATION-BASED TUNING – NCBT

Proposto em [Karimi, Heusden e Bonvin \(2007\)](#), o método NCbT é uma alternativa a sua versão iterativa proposta em [Karimi, Mišković e Bonvin \(2002\)](#). O objetivo de controle é minimizar

$$J_{MR}(\boldsymbol{\theta}) = \left\| \frac{C(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})G(q^{-1})}{1 + C(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})G(q^{-1})} - M(q^{-1}) \right\|^2. \quad (20)$$

No entanto, como o modelo da planta  $G(q^{-1})$  não é conhecido, a norma é aplicada entre o erro de saída de malha fechada  $\varepsilon_{oe}(\boldsymbol{\theta}, t)$  para uma determinada referência  $r(t)$  (10). Porém, existem alguns problemas:

1. O critério (20) não é convexo com respeito aos parâmetros  $\boldsymbol{\theta}$  do controlador.
2. Cada avaliação do critério requer um novo ensaio experimental, o que leva a um procedimento iterativo lento.

### Resolvendo o problema da convexidade

É proposta a minimização de uma aproximação do erro de saída de malha fechada. Assume-se que  $M(q^{-1})$  pode ser expresso na forma:

$$M(q^{-1}) = \frac{C_d(q^{-1})G(q^{-1})}{1 + C_d(q^{-1})G(q^{-1})}, \quad (21)$$

em que,  $C_d(q^{-1})$  é o controlador ótimo. Assim, uma função de sensibilidade em função do modelo de referência pode ser analiticamente obtida:

$$\frac{1}{1 + C_d(q^{-1})G(q^{-1})} = 1 - M(q^{-1}). \quad (22)$$

O termo  $1/(C(\theta)G)$  de (20) pode ser aproximado por  $1/(C_dG) = 1 - M$ . Logo, um novo critério pode ser definido:

$$J(\theta) = \|W[M - C(\theta)G(1 - M)]\|^2, \quad (23)$$

em que,  $W$  é um filtro que garante uma boa aproximação de  $J(\theta)$  em relação a  $J_{MR}(\theta)$ . Como  $C(\theta)$  é linearmente parametrizado em relação a  $\theta$ , o critério (23) é convexo a respeito dos parâmetros do controlador. Outrossim, como  $C_d$  está dentro do conjunto  $\mathcal{C}$  do controlador parametrizado ( $C_d = C(\theta^*)$ ),  $\theta^*$  irá minimizar  $J(\theta)$ .

O novo diagrama é apresentado na Figura 4.

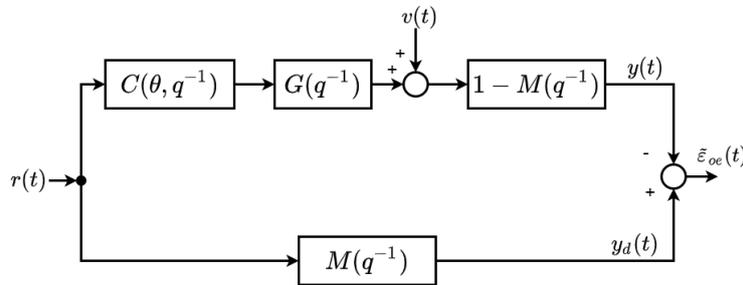


Figura 4 – Diagrama de blocos do critério de otimização convexo  $J(\theta)$ .

A partir do diagrama de blocos do critério  $J(\theta)$ , é possível obter o novo erro de saída referente a malha direta:

$$\tilde{\epsilon}_{oe}(\theta, t) = [M - C(\theta)G(1 - M)]r(t) - (1 - M)v(t). \quad (24)$$

Assim, percebe-se que na ausência do ruído ( $v(t) = 0$ ), é possível minimizar o critério  $J(\theta)$ , a partir da minimização da norma de  $W(q^{-1})\tilde{\epsilon}_{oe}(\theta, t)$ .

### Resolvendo o problema da iteratividade

A segunda dificuldade pode ser contornada movendo o controlador  $C(\theta)$  para depois do filtro  $(1 - M)$  e excitando a planta em malha aberta com o sinal  $u(t)$  (Figura 5).

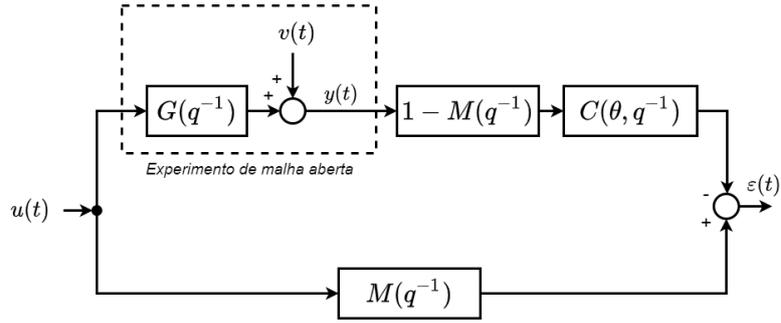


Figura 5 – Diagrama de blocos de  $J(\theta)$  por meio do experimento de malha aberta.

A partir do diagrama da Figura 5, percebe-se que o sinal de erro  $\varepsilon(\theta, t)$  é uma função dos parâmetros do controlador:

$$\begin{aligned}\varepsilon(\theta, t) &= Mu(t) - (1 - M)C(\theta)y(t) \\ &= [M - G(1 - M)C(\theta)]u(t) - (1 - M)C(\theta)v(t).\end{aligned}\quad (25)$$

Comparando (24) com (25), na ausência do ruído ( $v(t) = 0$ ),  $\varepsilon(\theta, t)$  é equivalente a  $\tilde{\varepsilon}_{oe}(\theta, t)$ . Já na presença do ruído, os dois erros são diferentes, porém uma abordagem de correlação pode ser usada para reduzir o efeito do ruído nos parâmetros estimados do controlador.

### Minimização utilizando a abordagem de correlação

De acordo com a nova função de custo  $J(\theta)$ , o modelo de referência  $M = C(\theta^*)G(1 - M)$  é obtido com o controlador ótimo  $C(\theta^*)$ . Assim,

$$\varepsilon(\theta^*, t) = -(1 - M)C(\theta^*)v(t).\quad (26)$$

Como  $v(t)$  não é correlacionado com a entrada  $u(t)$ , o erro  $\varepsilon(\theta^*, t)$  também não será. Logo, o objetivo é sintonizar o controlador  $C(\theta)$ , tal que  $\varepsilon(\theta, t)$  seja descorrelacionado com  $u(t)$ . A função de correlação é dada por:

$$f(\theta) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N E\{\zeta_W(t)\varepsilon(\theta, t)\},\quad (27)$$

onde  $E[\cdot]$  denota o valor esperado da correlação. Já  $\zeta_W(t)$  é um vetor de variáveis instrumentais correlacionado com  $u(t)$  e descorrelacionado com o ruído:

$$\zeta_W(t) = [u_W(t+l), u_W(t+l-1), \dots, u_W(t), u_W(t-1), \dots, u_W(t-l)]^T,\quad (28)$$

com  $u_W(t) = W(q^{-1})u(t)$  e  $l$  sendo um inteiro suficientemente grande. O critério de correlação é a norma da função de correlação

$$J_c(\theta) = f^T(\theta)f(\theta).\quad (29)$$

Nesse caso, o controlador ótimo é dado por:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} J_c(\theta).\quad (30)$$

## Projeto do filtro

O filtro  $W(q^{-1})$  tem o objetivo de fazer com que o critério de correlação  $J_c(\boldsymbol{\theta})$  seja igual a  $J_{MR}(\boldsymbol{\theta})$ . Assim, inicialmente, a função de custo (20) é desenvolvida:

$$J_{MR} = \left\| \frac{[C_d - C(\boldsymbol{\theta})]G}{(1 + C(\boldsymbol{\theta})G)(1 + C_dG)} \right\|^2. \quad (31)$$

Pelo Teorema de Parseval, quando  $l \rightarrow \infty$ :

$$\begin{aligned} \lim_{l \rightarrow \infty} J_c(\boldsymbol{\theta}) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |W[M - G(1 - M)C(\boldsymbol{\theta})]|^2 \phi_u^2(\omega) d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{|W|^2 |G|^2 |C_d - C(\boldsymbol{\theta})|^2}{|1 + C_d G|^2} \phi_u^2(\omega) d\omega, \end{aligned} \quad (32)$$

em que,  $\phi_u(\omega)$  é o espectro do sinal de entrada. Os dois critérios são iguais quando:

$$|W(e^{j\omega})|^2 = \frac{1}{|1 + C(\boldsymbol{\theta}, e^{-j\omega})G(e^{-j\omega})|^2 \phi_u^2(\omega)}. \quad (33)$$

Percebe-se que o filtro depende do controlador a ser sintonizado  $C(\boldsymbol{\theta})$  e do modelo da planta  $G(q^{-1})$ , o qual não é conhecido. Porém,  $C(\boldsymbol{\theta})$  pode ser aproximado por  $C_d$ , assim:

$$W(e^{-j\omega}) = \frac{1 - M(e^{-j\omega})}{\phi_u(\omega)}. \quad (34)$$

## Sintonia do controlador

Como o controlador (17) é linearmente parametrizado, o erro  $\varepsilon(\boldsymbol{\theta}, t)$  pode ser expresso na forma:

$$\varepsilon(\boldsymbol{\theta}, t) = Mu(t) - C(\boldsymbol{\theta})(1 - M)y(t) = u_M(t) - \phi^T(t)\boldsymbol{\theta}, \quad (35)$$

com  $u_M(t) = M(q^{-1})u(t)$  e:

$$\phi(t) = C(q^{-1})^T(1 - M(q^{-1}))y(t). \quad (36)$$

Para um número finito de dados  $N$ , a função de correlação pode ser estimada como:

$$f_N(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_W(t) \varepsilon(\boldsymbol{\theta}, t) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_W(t) [u_M(t) - \phi^T(t)\boldsymbol{\theta}]. \quad (37)$$

Os parâmetros do controlador que minimizam o critério de correlação

$$J_N(\boldsymbol{\theta}) = f_N^T(\boldsymbol{\theta}) f_N(\boldsymbol{\theta}) \quad (38)$$

podem ser obtidos utilizando o método dos mínimos quadrados:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (Q^T Q)^{-1} Q^T Z, \quad (39)$$

em que,

$$Q = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_W(t) \phi(t) \quad \text{e} \quad Z = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_W(t) u_M(t). \quad (40)$$

## OPTIMAL CONTROLLER IDENTIFICATION – OCI

Proposta em [Campestrini et al. \(2017\)](#), OCI é uma abordagem que requer apenas um experimento em malha aberta ou em malha fechada para o ajuste do controlador. Ela propõe a substituição do problema de controle do modelo de referência  $J_{MR}$ , pela identificação do inverso do controlador.

A lei de controle da malha fechada da Figura 2 é:

$$u(t) = C(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})(r(t) - y(t)), \quad (41)$$

em que, a referência é um sinal quase-estacionário e decorrelacionado com o ruído branco de média zero  $w(t)$ :

$$\bar{E}[r(t)w(s)] = 0 \quad \forall t, s \quad (42)$$

e

$$\bar{E}[f(t)] \triangleq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N E[f(t)]. \quad (43)$$

A saída real da malha fechada pode ser expressa em função da equação de sensibilidade de saída:

$$y(\boldsymbol{\theta}, t) = C(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})G(q^{-1})S(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})r(t) + S(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})v(t), \quad (44)$$

em que,  $v(t) = H(q^{-1})w(t)$ , sendo  $H(q^{-1})$  o modelo LTI do ruído. Ainda, de (21), percebe-se que o controlador ótimo pode ser obtido em função do modelo de referência e do modelo do processo:

$$C_d(q^{-1}) = \frac{1}{G(q^{-1})} \frac{M(q^{-1})}{1 - M(q^{-1})}. \quad (45)$$

O objetivo é expressar o sistema (6), em função do controlador ótimo. Isso pode ser feito invertendo a relação (45):

$$G(q^{-1}) = \frac{1}{C_d(q^{-1})} \frac{M(q^{-1})}{1 - M(q^{-1})}. \quad (46)$$

Considerando que  $C_d(q^{-1}) \in \mathcal{C}$ , o processo pode ser representado em função dos parâmetros do controlador:

$$G(\boldsymbol{\theta}, q^{-1}) = \frac{1}{C(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})} \frac{M(q^{-1})}{1 - M(q^{-1})}. \quad (47)$$

Assim, a tarefa é identificar uma estimativa  $C(\hat{\boldsymbol{\theta}}, q^{-1})$  do controlador ótimo  $C_d(q^{-1})$ , dentro da classe  $\mathcal{C}$  de controladores PI.

O sistema (6) pode ser expresso como:

$$\begin{aligned} y(\boldsymbol{\Theta}, t) &= G(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})u(t) + H(\boldsymbol{\Theta})w(t) \\ &= \frac{1}{C(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})} \frac{M(q^{-1})}{1 - M(q^{-1})} u(t) + H(\boldsymbol{\Theta})w(t), \end{aligned} \quad (48)$$

em que,  $\Theta = [\theta^T \eta^T]$  e  $\eta \in \mathbb{R}^c$  é um vetor de parâmetros adicional que aparece no modelo do ruído. O controlador PI apresenta uma parte fixa  $C^F(q^{-1})$  (devido ao polo em  $q^{-1} = 1$ ), que não precisa ser identificada. Diante disso, ele pode ser definido como:

$$C(\theta, q^{-1}) = C^I(\theta, q^{-1})C^F(q^{-1}). \quad (49)$$

Dessa forma, (48) pode ser reescrita

$$y(\Theta, t) = \tilde{C}(\theta, q^{-1})\tilde{u}(t) + H(\Theta, q^{-1})w(t), \quad (50)$$

em que,

$$\tilde{C}(\theta) = \frac{1}{C^I(\theta)} \quad \text{e} \quad \tilde{u}(t) = \frac{M}{C^F(1-M)}u(t). \quad (51)$$

Assim, a partir dos dados de entrada e de saída, é possível estimar o vetor de parâmetros:

$$\hat{\Theta} = \arg \min_{\Theta} V(\Theta), \quad (52)$$

em que, a nova função de custo é

$$V(\Theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \|\epsilon(\Theta, t)\|^2. \quad (53)$$

$\epsilon(\Theta, t)$  é o erro de predição dado por:

$$\epsilon(\Theta, t) \triangleq y(t) - \hat{y}(\Theta, t | t-1) \quad (54)$$

e

$$\hat{y}(\Theta, t | t-1) = H^{-1}(\Theta)\tilde{C}(\theta)\tilde{u}(t) + [1 - H^{-1}(\Theta)]y(t) \quad (55)$$

é o preditor ótimo um passo a frente associado ao modelo (48). Agora, o preditor é uma função do inverso do controlador ótimo e do modelo do ruído.

Portanto, ao invés de minimizar  $J_{MR}$ , que depende do modelo do processo, é proposto minimizar a função de custo  $V(\Theta)$ , que depende apenas dos dados conhecidos e dos modelos a serem identificados. Desse modo, como o problema se trata de uma identificação por erro de predição (PE), todas as propriedades da teoria de identificação por PE se aplicam. Logo,

$$\hat{\Theta} \rightarrow \Theta^* = \arg \min_{\Theta} \bar{V}(\Theta), \quad (56)$$

em que,

$$\bar{V}(\Theta) = \bar{E} \|\epsilon(\Theta, t)\|^2. \quad (57)$$

Ademais, visto que o objetivo é identificar apenas o controlador ótimo, e não o modelo do processo, a identificação de  $H(q^{-1})$  não tem interesse no projeto do controlador.

## RESULTADOS FINAIS

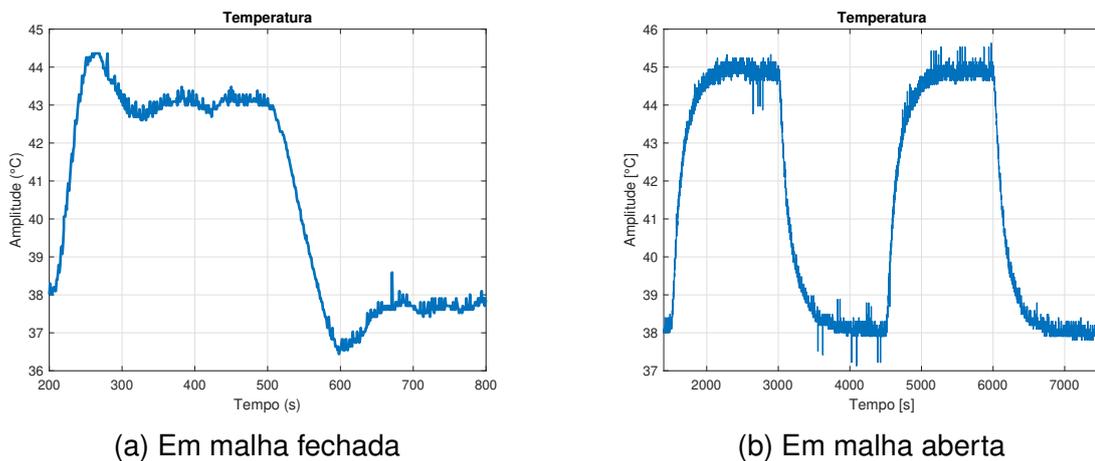
Para o método FRIT, os dados iniciais precisam ser adquiridos em MF com um controlador estável. Já para os métodos NCbT e OCI, é necessário que os dados sejam extraídos da planta em MA. Assim, com o auxílio da *interface web* apresentada em [Freire et al. \(2020\)](#), foi possível coletar os dados experimentais de forma remota do módulo didático de temperatura. Dois experimentos iniciais foram feitos, ambos com período de amostragem  $h$  igual a 1 segundo.

### Experimentos em MA e em MF e escolha do modelo de referência

Para avaliar o método FRIT, dados de MF foram adquiridos com o controlador inicial  $\theta_0 = [0, 1 \ 0, 001]$ . O sinal de referência foi configurado em 38°C para que o sistema entrasse no seu ponto de operação. Em seguida, um degrau de aquecimento de 5°C foi utilizado por 300s. Logo após, um degrau de resfriamento de -5°C foi utilizado por mais 300s, ver Figura 6a.

Já para os métodos NCbT e OCI, é necessário que os dados sejam extraídos da planta em MA. Assim, o sinal de controle foi configurado em 20%, por 1500s, para que o sistema chegasse no seu ponto de operação (38°C). Em seguida, dois períodos de 3000s de uma quadrada foram utilizados, variando o sinal de controle entre 20% e 30%, para representar dois degraus de aquecimento e dois degraus de resfriamento, Figura 6b.

Figura 6 – Sinais de saída dos experimentos iniciais



Fonte: Autoria própria

Com os dados iniciais em MA, e com o auxílio do MATLAB®, foi possível estimar o atraso do sistema  $\hat{\tau}_d = 18s$ . A margem de ganho desejada foi igual a  $A_m = 4$ . Logo, o modelo de referência adotado foi dado por:

$$M(s) = \frac{1}{27,84s + 1} e^{-18s}. \quad (58)$$

## Projetos dos controladores e respostas ao degrau de aquecimento

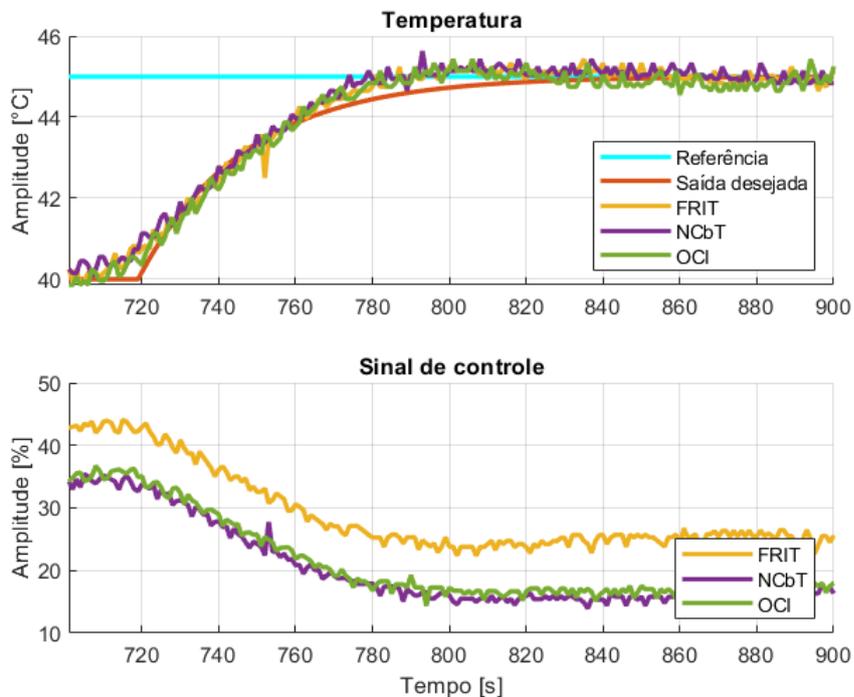
Com o método FRIT, utilizando o algoritmo iterativo de Gauss-Newton, onde  $\gamma_i = 0,3$  e com uma tolerância de  $1e-6$ , o controlador foi ajustado com  $\theta_{FRIT} = [0,04900 \ 0,00032]$  em 32 iterações. Para o método NCbT considerou-se  $l = 3000$ , no entanto, como o sinal de controle do experimento em MA não excita todas as frequências, o valor de  $\phi_u$  adotado foi igual 1. O controlador foi sintonizado com  $\theta_{NCbT} = [0,04904 \ 0,00032]$ . Por fim, para o OCI, com o auxílio da *toolbox* *ident* (Ljung (1988)) presente no MATLAB®, foi possível identificar o controlador

$$\tilde{C}(\theta, q^{-1}) = \frac{20,17}{1 - 0,9935q^{-1}} \quad \text{em que} \quad C^F = \frac{h}{1 - q^{-1}}. \quad (59)$$

Assim, os parâmetros encontrados foram:  $\theta_{OCI} = [0,04956 \ 0,00032]$ .

Para cada controlador obtido, foi feito um experimento em malha fechada, a fim de avaliar os métodos estudados. Nesses experimentos, o sinal de referência foi configurado em  $40^\circ\text{C}$  para que o sistema entrasse no seu ponto de operação. Em seguida, um degrau de aquecimento de  $5^\circ\text{C}$  foi utilizado por 700s, ver Figura 7.

Figura 7 – Saída antes e após o ajuste do controlador para as 4 técnicas.



Fonte: Autoria própria

Com os dados obtidos, foi possível avaliar as três técnicas por meio da função de custo  $J_{MR}$ . Os valores são vistos na Tabela 1. Ainda, para o método FRIT o valor final de sua função de custo foi  $J_e(\theta_{FRIT}) = 0,0703$ . Para o NCbT,  $J_N(\theta_{NCbT}) = 0,0009$ . Vale notar que o sinal de controle utilizado pelo controlador sintonizado com método FRIT

apresentou mesma dinâmica, porém, com maior amplitude que as outros dois sinais utilizados pelos controladores sintonizados com os métodos NCbT e OCI. Isso deveu-se ao experimento com o controlador FRIT ter sido realizado em um dia consideravelmente mais frio que os experimentos realizados com os outros dois controladores.

Tabela 1 – Parâmetros dos controladores e  $J_{MR}$ .

Técnicas	$K_p$	$K_i$	$J_{MR}$
FRIT	0,04900	0,00032	7,8000
NCbT	0,04904	0,00032	10,7011
OCI	0,04956	0,00032	10,1073

### Análise comparativa dos métodos

O método FRIT é uma abordagem iterativa, no entanto, ela utiliza apenas um experimento para resintonizar o controlador. Essa técnica tem a vantagem de utilizar apenas dados em MF o que a torna essencial para recalibrar um controlador que esteja acoplado a um processo instável, em que não é possível realizar experimentos em MA. Porém, há o inconveniente de ser utilizada apenas para ajustar o controlador, não sendo possível "projetá-lo do zero".

A técnica NCbT é eficiente quando os dados são obtidos em malha aberta, mesmo que eles sejam afetados pelo ruído. No entanto, para que o ajuste do controlador seja feito utilizando dados de malha fechada, é necessário que haja uma identificação do processo para o projeto do filtro  $W(q^{-1})$ , o que pode ser uma tarefa custosa. Mais informações sobre o processo de ajuste do controlador para os dados obtidos em malha fechada podem ser encontradas em [Karimi, Heusden e Bonvin \(2007\)](#).

Já a abordagem OCI utiliza um conjunto de dados de malha aberta ou de malha fechada para ajustar o controlador, substituindo a identificação do processo pela identificação do controlador, por meio do PE. Esse método mostrou-se interessante no ponto de vista prático, uma vez que a *toolbox* de identificação do MATLAB® é bastante precisa. Além disso, esse método é utilizado para controladores não necessariamente parametrizados linearmente, o que diversifica o conjunto de classes de controladores que podem usufruir de tal abordagem.

Observando os valores de  $J_{MR}$  da Tabela 1, nota-se que os erros foram mínimos, uma vez que esses valores não são ponderados pelo número de amostras dos experimentos. Ou seja, as três técnicas foram eficazes no ajuste do controlador PI do módulo didático de temperatura.

## **CONCLUSÕES FINAIS**

Nessa pesquisa as técnicas FRIT, NCbT e OCI de controle baseado em dados foram estudadas. Elas se mostraram bastante atrativas no meio industrial, devido ao baixo custo experimental, além de alta eficiência, como apresentado nos resultados experimentais realizados no módulo didático de temperatura.

Dentre as abordagens apresentadas, FRIT se mostrou ideal para ajustar controladores, em que os dados só podem ser obtidos por experimentos em malha fechada. Já as abordagens NCbT e OCI são recomendadas para ajustar controlares PID, quando os dados são adquiridos em malha aberta, para evitar a identificação do modelo do processo - necessário no NCbT - e do modelo do ruído - necessário no OCI. Por fim, a escolha da técnica a ser utilizada no ajuste do controlador PI/PID, irá depender de como os dados são extraídos do processo (em MA ou MF). Ademais, comparando as técnicas NCbT e OCI, a última se mostrou mais adequada para aplicação industrial, uma vez que a *toolbox* do MATLAB® é bastante eficiente, além da possibilidade de utilizá-la no ajuste de controladores não linearmente parametrizados.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – Brasil, que aceitou o projeto de pesquisa (PIBIC/CNPq-UFCG) e fez possível a realização deste trabalho. Ao professor George Acioli Júnior, assim como o professor Péricles Rezende Barros, que me orientaram no estudo sobre tal pesquisa. Além da minha colega Anna Paula V. de A. Aguiar que me orientou sobre passos a serem tomados. A todos os meus sinceros agradecimentos.

## REFERÊNCIAS

- ANDERSON, B. D.; DEGHANI, A. Historical, generic and current challenges of adaptive control. **IFAC Proceedings Volumes**, Elsevier, v. 40, n. 14, p. 1–12, 2007. páginas 3
- ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. **PID controllers: theory, design, and tuning**. [S.l.]: Instrument society of America Research Triangle Park, NC, 1995. v. 2. páginas 7
- BENNETT, S. A brief history of automatic control. **IEEE Control Systems Magazine**, IEEE, v. 16, n. 3, p. 17–25, 1996. páginas 3
- CAMPESTRINI, L. et al. Data-driven model reference control design by prediction error identification. **Journal of the Franklin Institute**, Elsevier, v. 354, n. 6, p. 2628–2647, 2017. páginas 4, 13
- CAMPI, M.; LECCHINI, A.; SAVARESI, S. M. Virtual reference feedback tuning (vrft): a new direct approach to the design of feedback controllers. In: IEEE. **Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No. 00CH37187)**. [S.l.], 2000. v. 1, p. 623–629. páginas 4
- FREIRE, V. M. E. et al. Projeto de controle pi baseado em dados aplicado a um módulo didático com interface web. **Anais da Sociedade Brasileira de Automática**, v. 2, n. 1, 2020. páginas 4, 5, 15
- HJALMARSSON, H.; GUNNARSSON, S.; GEVERS, M. A convergent iterative restricted complexity control design scheme. In: IEEE. **Proceedings of 1994 33rd IEEE Conference on Decision and Control**. [S.l.], 1994. v. 2, p. 1735–1740. páginas 4
- HOU, Z.-S.; WANG, Z. From model-based control to data-driven control: Survey, classification and perspective. **Information Sciences**, Elsevier, v. 235, p. 3–35, 2013. páginas 3
- JELALI, M. An overview of control performance assessment technology and industrial applications. In: ELSEVIER. **Control engineering practice**. [S.l.], 2006. v. 14, n. 5, p. 441–466. páginas 7
- KARIMI, A.; HEUSDEN, K. V.; BONVIN, D. Non-iterative data-driven controller tuning using the correlation approach. In: IEEE. **2007 European Control Conference (ECC)**. [S.l.], 2007. p. 5189–5195. páginas 4, 9, 17
- KARIMI, A.; MIŠKOVIĆ, L.; BONVIN, D. Convergence analysis of an iterative correlation-based controller tuning method. **IFAC Proceedings Volumes**, Elsevier, v. 35, n. 1, p. 413–418, 2002. páginas 4, 9
- LIMA, A. B. de; BARROS, P. R.; JÚNIOR, G. A. Módulo didático para ensino de teoria de controle. In: **Congresso Brasileiro de Automática-CBA**. [S.l.: s.n.], 2019. v. 1, n. 1. páginas 6
- LJUNG, L. System identification toolbox. **The Matlab user's guide**, 1988. páginas 16
- MOREIRA, L. J. d. S. et al. Data-driven pid closed-loop evaluation and retuning time and frequency domain approaches. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Springer, v. 32, n. 1, p. 82–95, 2021. páginas 7

SOMA, S.; KANEKO, O.; FUJII, T. A new method of controller parameter tuning based on input-output data—fictitious reference iterative tuning (frit)—. **IFAC Proceedings Volumes**, Elsevier, v. 37, n. 12, p. 789–794, 2004. páginas 4, 7