



PIBIC/CNPq/UFPG-2013

## ***SOBRE SUPERFÍCIES MÍNIMAS COMPLETAS***

Hugo Saraiva Tavares<sup>1</sup>, Henrique Fernandes de Lima<sup>2</sup>

### **RESUMO**

Objetivou-se abordar uma série de resultados de Geometria Diferencial no que concerne às superfícies regulares mínimas e completas. Necessitou-se do estudo de diversas propriedades das geodésicas, desde aspectos como existência e unicidade até a utilização das mesmas para a definição de parametrizações em superfícies regulares a fim de se fornecer o embasamento necessário para a demonstração do teorema de Hopf-Hinow e provar que uma superfície regular é completa se e somente se quaisquer dois pontos dessa superfície podem ser conectados por uma geodésica minimizante dessa superfície. Uma vez definidas as superfícies completas e suas características passou-se ao estudo das superfícies completas mínimas, necessitando-se então da explanação de alguns resultados pertinentes às funções analíticas de uma variável complexa com o intuito de se conseguir representar toda uma superfície mínima completa com uma única parametrização ortogonal definida em um subconjunto dos números complexos  $\mathbb{C}$ . Isto por sua vez foi fundamental para a demonstração do teorema de Osserman, garantindo que a imagem esférica de uma superfície mínima completa e não plana é densa em uma esfera unitária de  $\mathbb{R}^3$ . Por último, foram feitas algumas observações a cerca da estabilidade de tais superfícies relacionando o teorema de Osserman com o teorema de Barbosa-do-Carmo, que fornece uma relação entre a área da imagem esférica e a estabilidade de um domínio de uma superfície mínima.

**Palavras-chave:** Geodésicas Minimizantes, Funções Analíticas, Imagem Esférica.

## ***ABOUT MINIMUM COMPLETE SURFACES***

### **ABSTRACT**

Aimed to approach a series of Differential Geometry's results in respect to the minimum complete regular surfaces. It is required the study of several properties from geodesics, since aspects like existence and oneness until the use of the same for the definition of the parameterizations in regular surfaces in order to provide the necessary basis to the demonstration of the Hopf-Hinow's theorem and prove that a regular surface is complete if only if any two points can be connected by a minimizing geodesic of this surface. Once defined the complete surfaces and your characteristics was passed the study of the minimum complete surfaces, necessitating then the explanation of some results related to the analytic functions of a complex variable in order to represent a whole minimum complete surface with a single parameterization defined on a subset of the complex numbers  $\mathbb{C}$ . This by your time was fundamental to the demonstration of the Osserman's theorem, ensuring that the spherical image of a non plane complete minimum surface is dense in a unit sphere of  $\mathbb{R}^3$ . By the last, were made some observations about the stability of such surfaces relating the Osserman's theorem with Barbosa-do-Carmo's theorem, which gives a relation between the spherical image and the stability of the domains of a minimum surfaces.

**Keywords:** Minimizers Geodesics, Analytic Functions, Spherical Image.

<sup>1</sup> Aluno do Curso de Engenharia Civil, Unidade Acadêmica de Engenharia Civil, UFPG, Campina Grande, PB, E-mail: hugo.saraivacz@hotmail.com

<sup>2</sup> Matemático, Professor. Doutor, Unidade Acadêmica de Matemática e Estatística, UFPG, Campina Grande, PB, E-mail: henrique@dme.ufcg.edu.br

